Complément – Exercices mobilité

04.11.2018

Exercice 1 : calcul mobilité de la plateforme de Stewart

La figure ci-contre représente une plateforme de Stewart.
Les articulations passives de cette plateforme tel que représentées par la figure, sont des cardans du côté de la base et des rotules du côté de la plateforme mobile (nacelle).

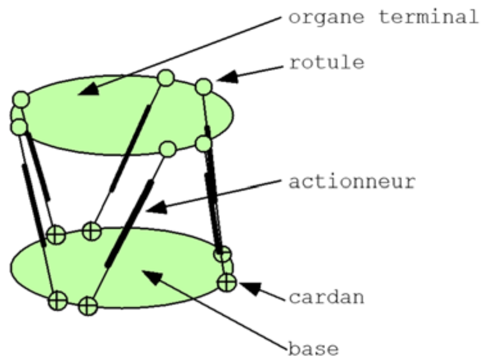


Fig. 1 Plateforme de Stewart

Questions

1. Quel est le nombre de degrés de libertés de cette plateforme.
2. Représentez le vecteur **X** de coordonnées de l'outil.
3. Représentez le vecteur **q** de coordonnées généralisées de cette structure.
4. Quelle est la mobilité de cette structure ?
5. Effectuez les mêmes calculs selon que vous avez une disposition avec 6 rotules au niveau de la base et 6 rotules au niveau de la plateforme mobile.
   Discutez votre résultat !
6. Effectuez les mêmes calculs selon que vous avez une disposition avec 6 cardans au niveau de la base et 6 cardans au niveau de la plateforme mobile.
   Discutez votre résultat !

Exercice 2 : calcul mobilité de la plateforme Artigue 2-2-2

La figure ci-contre représente une plateforme Artigue 2-2-2.
Voir PelvicOrthosis-2x2x2.mpg dans Moodle.

1. Quelle est la mobilité de cette structure ?
2. Quels sont les différences entre cette structure et celle de Stewart ?

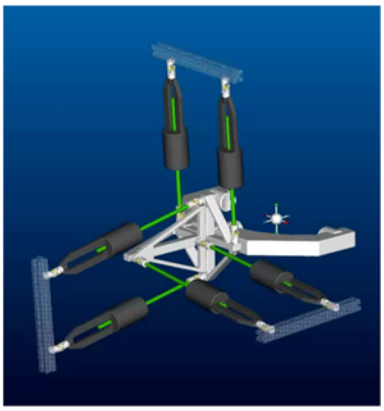
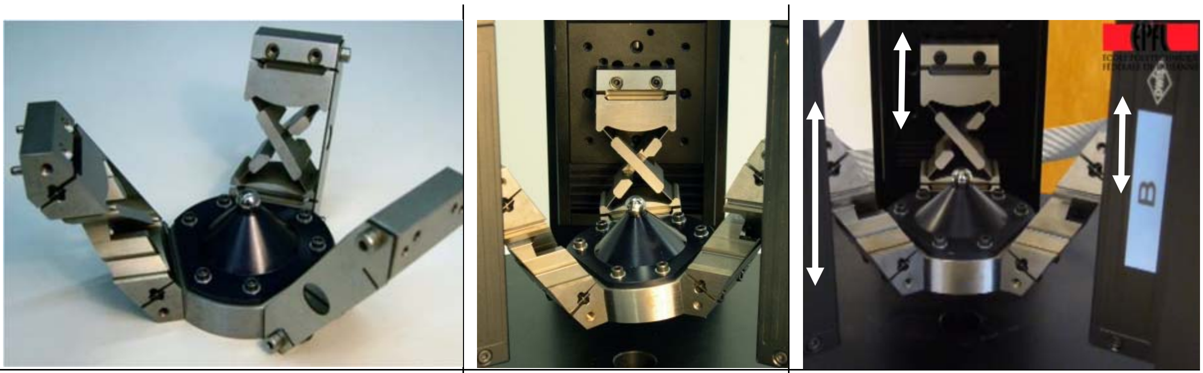


Fig. 2 Plateforme Artigue 2 –2 –2

Exercice 3 : calcul mobilité du Minangle

Voici quelques figures du robot Minangle tel qu'étudié au cours. Vidéo Minangle2.wmv



a) *the kinematics only*

b) *mounted on 3 identical vertical linear actuators*

c) Vertical actuated movements using high precision balscrews

Fig. 3 Plateforme Minangle

1- Quel est le nombre de degrés de libertés de cette plateforme. Représentez le vecteur **X** de coordonnées de l'outil.
2- Représentez le vecteur **q** de coordonnées généralisées de cette structure.
3- Quelle est la mobilité de cette structure ? Discutez votre résultat !

Exercice 4 : Mobilité d'une structure sérielle

Démontrez par les deux formules de calcul de mobilités que la mobilité d'une structure sérielle est égale au nombre d'articulations actionnées.

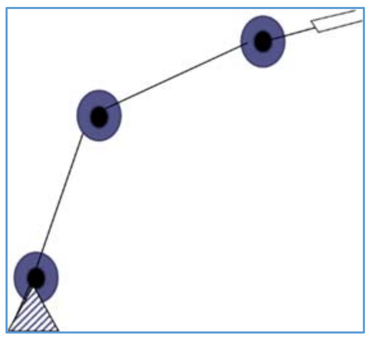


Fig. 4 Représentation d'un robot à cinématique sérielle

Solution 1 : calcul mobilité de la plateforme de Stewart

1- Grâce à ses 6 axes linéaires actifs, la plateforme de Stewart appartient à la famille des structures parallèles à **6 degrés de libertés**.

$X = \{ x, y, z, \theta_x, \theta_y, \theta_z \}$

2- Le vecteur **q** de coordonnées généralisées de cette structure contient les 6 axes linéaires actifs.

q $= \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}$

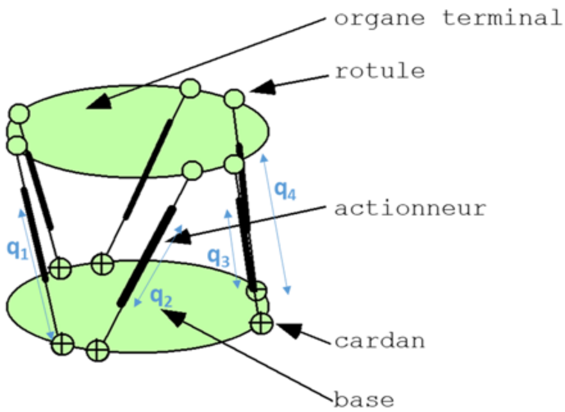


Fig. 5 Plateforme de Stewart avec légende des axes

3- Calcul des mobilités :

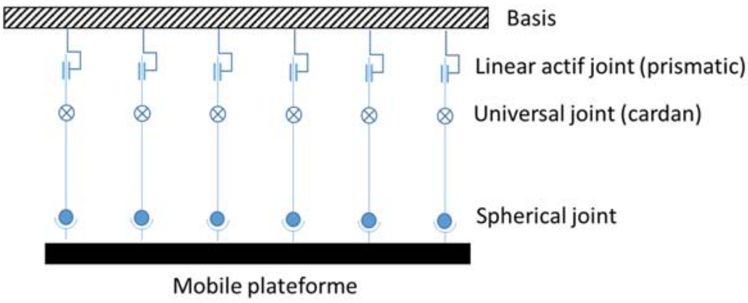


Fig. 6 Représentation cinématique de la plateforme de Stewart

Il y a 5 boucles cinématiques fermées (**bo=5**)

La mobilité de chaque segment est {1+ 2 + 3}.

La mobilité résultante par la formule des boucles est :

$$Mo = \sum Mo - 6bo$$
$$= 6(1+2+3) - 6*5 = \mathbf{6}$$

Cette structure est normalement construite. Aucun hyperguidage ni de mobilité interne.

4- Calcul de mobilité pour une disposition avec 6 rotules au niveau de la base et 6 rotules au niveau de la plateforme mobile.

Il y a toujours 5 boucles cinématiques fermées (**bo=5**)

La mobilité de chaque segment est {1+ 3 + 3}.

La mobilité résultante par la formule des boucles est : $Mo = \sum Mo - 6\,bo$

Soit $6(1+3+3) - 6*5 = \mathbf{12}$

Il y'a apparition de **6 mobilités internes** liés à la rotation de chaque segment autour de lui-même.

5- Calcul de mobilité pour une disposition avec 6 cardans de chaque côté au niveau de la base et 6 cardans au niveau de la plateforme mobile.

Il y a toujours 5 boucles cinématiques fermées (**bo=5**).

La mobilité de chaque segment est {1+ 2 + 2}.

La mobilité résultante par la formule des boucles est : $Mo = 6(1+2+2) - 6*5 = \mathbf{0}$

Il est alors normal de faire apparaitre un hyperguidage qu'il faudra gérer avec une faiblesse en rotation des segments ou de la plateforme mobile (nacelle).

Solution 2 : calcul mobilité de la plateforme Artigue 2-2-2

La figure ci-contre représente une plateforme Artigue 2-2-2.
Voir PelvicOrthosis-2x2x2.mpg dans Moodle.

1- **Mobilité de la structure**

C'est la même que celle de la platforme de Stewart avec des cardans aux deux extrémités (même représentation cinématique et même calcul).

2- Différences entre cette structure et celle de Stewart ?

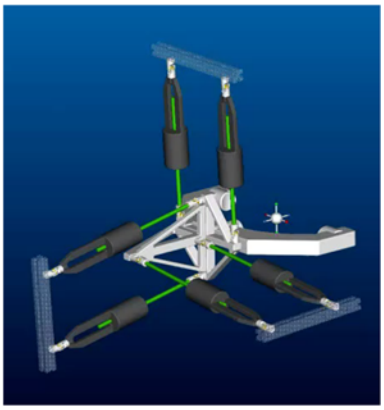
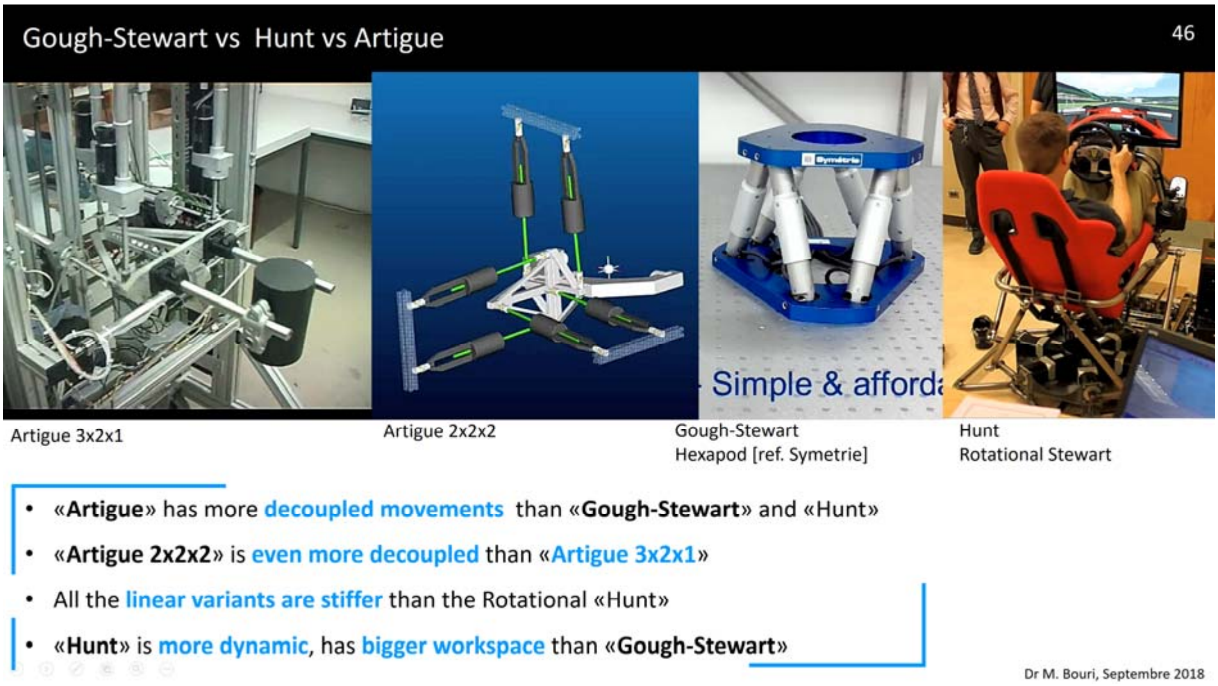


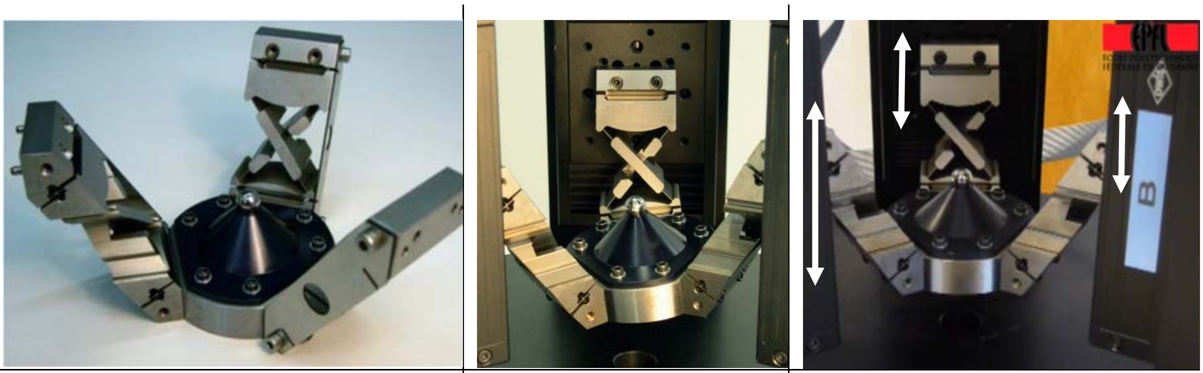
Fig. 2 Plateforme Artigue 2 –2 –2

Slide du cours



Solution 3 : Mobilité du Minangle

Voici quelques figures du robot Minangle tel qu'étudié au cours. Vidéo Minangle2.wmv



a) *the kinematics only*	**b)** *mounted on 3 identical vertical linear actuators*	c) Vertical actuated movements using high precision balscrews

Fig. 3 Plateforme Minangle

1- Degrés de libertés de cette plateforme et vecteur X de coordonnées de l'outil

Grâce à ses 3 axes linéaires actifs, la plateforme Minangle possède **3 degrés de libertés**, une translation **Z** et **deux tilts** autour du plan horizontal (voir vidéo)

$X = \{ Z, \theta_x, \theta_y \}$

2- Le vecteur q de coordonnées généralisées

Le vecteur q de coordonnées généralisées de cette structure contient les 3 axes linéaires actifs.
q = {q_1, q_2, q_3}

3- Mobilité de cette structure

Chaque segment du Minangle est construit avec deux pivots à lames simples à chaque extrémité (nacelle et moteur) et 1 pivot à lames croisées orthogonale aux deux pivots extrêmes.

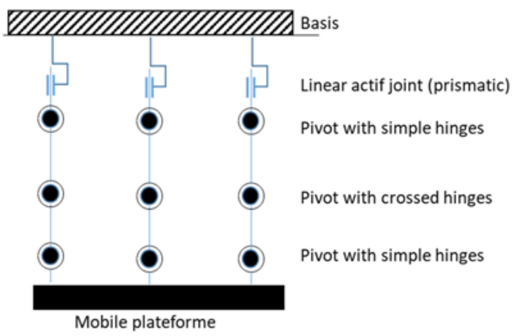


Fig. 7 – représentation cinématique du Minagle

Il y a 2 boucles cinématiques fermées (**bo=2**).

La mobilité de chaque segment est {1+ 1 + 1 + 1}.

La mobilité résultante par la formule des boucles est :

$$Mo = \sum Mo - 6\,bo \;=\; 3*4 - 6*2 \;=\; 0$$

Ce qui signifie que cette structure est hyperguidée, l'ordre de l'hyperguidage est **3**.

<u>Autre représentation.</u>

L'illustration suivante représente le pivot à lames croisées d'une manière plus précise, en approximant chaque lame à 2 cols à un mécanisme avec un pivot à chaque extrémité (fig. ci-dessous).

Fig. 8 - Lame à 2 cols aux extrémités, correspondant à un mécanisme avec un pivot à chaque extrémité

En utilisant cette approximation, nous obtenons la représentation du Minagle d'une manière un peu plus précise.

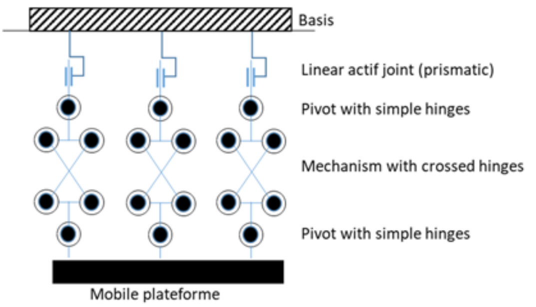


Fig. 9 Autre représentation du Minagle en représentant les pivots à lames flexibles d'une manière plus précise.

Il y a 5 boucles cinématiques fermées (**bo=5**).

La mobilité de chaque segment est **7**-

La mobilité résultante par la formule des boucles est :

$$Mo = \sum Mo - 6\,bo \;=\; 3.7 - 6.5 \;=\; -\mathbf{9}$$

Cette structure est encore plus hyperguidée, l'ordre de l'hyperguidage est **12.**

Solution 4 : Mobilité d'une structure sérielle

Preuve par les deux formules de calcul de mobilités que la mobilité d'une structure sérielle est égale au nombre d'articulations actionnées.

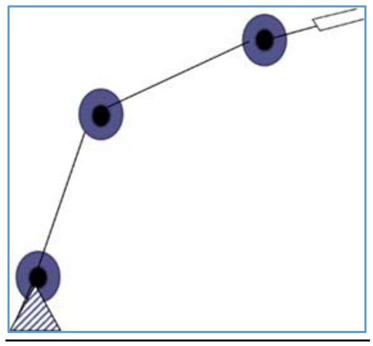


Fig. 1 Représentation d'un robot à cinématique sérielle

1- Utilisation de la formule des boucles

La mobilité résultante par la formule des boucles est donnée par la relation suivante :

$$Mo = \sum Mo - 6bo$$

Le nombre de boucles d'une structure sérielle est égal à 0. Ceci signifie que la mobilité d'une structure sérielle est :

$$Mo = \sum Mo$$

C'est donc le nombre d'articulations actives car dans une structure sérielle, il n'y a que des articulations actives et chaque articulation active possède une mobilité égale à 1. **Cqfd.**

2- Utilisation de la formule de Grübler-Tchebychev

La mobilité résultante par la formule de Grübler-Tchebychev est donnée par la relation suivante :

$$Mo \ = \ 6(n-k-1) + \sum_{i=1}^{k} Mo_i$$

Pour k articulations, il y a k+1 segments. Soit n = k+1

Soit :

$$Mo \ = \ 6(k+1-k-1) + \sum_{i=1}^{k} Mo_i$$

<u>Soit donc</u>

$$Mo = \sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{k}} \boldsymbol{Mo_i}$$

C'est donc le nombre d'articulations actives. **Cqfd.**