

Date : 19 janvier 2017

Durée : 2 heures

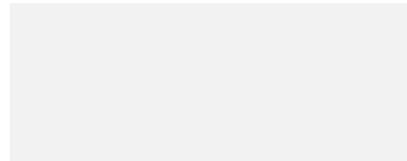
Version A-solution

Nom _____

Prénom _____

SCIPER _____

Signature :



Attendez le début de l'épreuve avant de tourner la page. Ce document est imprimé recto-verso, il contient 8 pages. Ne pas dégrafer.

- Posez votre carte d'étudiant sur la table.
- Les seuls documents autorisés sont 3 pages A4 recto-verso de notes personnelles.
- L'utilisation d'une calculatrice et de tout outil électronique est interdite pendant l'épreuve.
- Pour les questions à choix multiple, on comptera :
 - +2 points si la réponse est correcte,
 - 0 point si la question n'est pas répondue, s'il y a plusieurs croix ou si la réponse est incorrecte.
- Pour les questions de type vrai-faux, on comptera :
 - +1 point si la réponse est correcte,
 - 0 point si la question n'est pas répondue, s'il y a plusieurs croix ou si la réponse est incorrecte.
- Utilisez un crayon papier et gomez proprement si nécessaire.
- Si une question est erronée, l'enseignant se réserve le droit de l'annuler.
- Répondez aux questions libres directement sur les feuilles de la donnée de l'examen
- Respectez les consignes suivantes pour marquer vos choix sur **votre feuille de réponse** :

 oui | ja | sì | yes



 non | nein | non | no



Exercice 1. Questions Vrai ou Faux (15 pts)

Merci de cocher V ou F sur votre feuille de réponse.

1.1	Un robot sériel est une structure à chaîne cinématique fermée.	F
1.2	En général, un robot angulaire est plus précis qu'un robot cartésien.	F
1.3	En général, un robot parallèle est plus rigide qu'un robot sériel.	V
1.4	Le gain dérivateur d'un contrôleur PD sert à annuler l'écart statique.	F
1.5	Le gain proportionnel d'un contrôleur PD permet de réduire l'écart statique.	V
1.6	Le couple électromagnétique d'un moteur à courant continu est toujours proportionnel au courant d'entrée du moteur.	V
1.7	Le facteur de régulation d'un moteur à courant continu est indépendant de la charge.	V
1.8	Le modèle dynamique d'un robot met en relation les positions articulaires avec les couples articulaires.	V
1.9	Le profil de positionnement d'un moteur à courant continu n'a aucun effet sur les pertes énergétiques du moteur.	F
1.10	Le rapport de réduction optimal, correspondant à l'adaptation optimale d'un moteur-réducteur-charge, permet de minimiser les pertes énergétiques de l'entraînement.	V
1.11	Le rapport de réduction optimal, correspondant à l'adaptation optimale d'un moteur-réducteur-charge, permet de maximiser la vitesse de l'entraînement.	F
1.12	Un robot redondant possède plus de degrés de liberté que de moteurs.	F
1.13	La matrice Jacobienne d'un robot met en relation la force appliquée au niveau de l'outil avec les couples articulaires.	V
1.14	La matrice Jacobienne d'un robot met en relation la position au niveau de l'outil avec les positions articulaires.	F

1.15

La matrice Jacobienne d'un robot met en relation les positions articulaires avec les couples articulaires.

F

Exercice 2 (12 pts)

L'axe moteur de la deuxième rotation d'un robot SCARA est réalisé par la combinaison d'un moteur et d'un réducteur avec les spécifications suivantes :

Moteur : $J_m = 625 \text{ g.cm}^2$,

Réducteur : rapport de réduction = 180,

L'inertie du bras du robot vaut : $J_{bras} = 0.1 \text{ kgm}^2$.

2.1 Le rapport de réduction optimal pour le segment considéré est égal à :

$$r_{opt} = \sqrt{\frac{J_{ch}}{J_m}} = 40$$

(Attention Mettre aux bonnes unités)

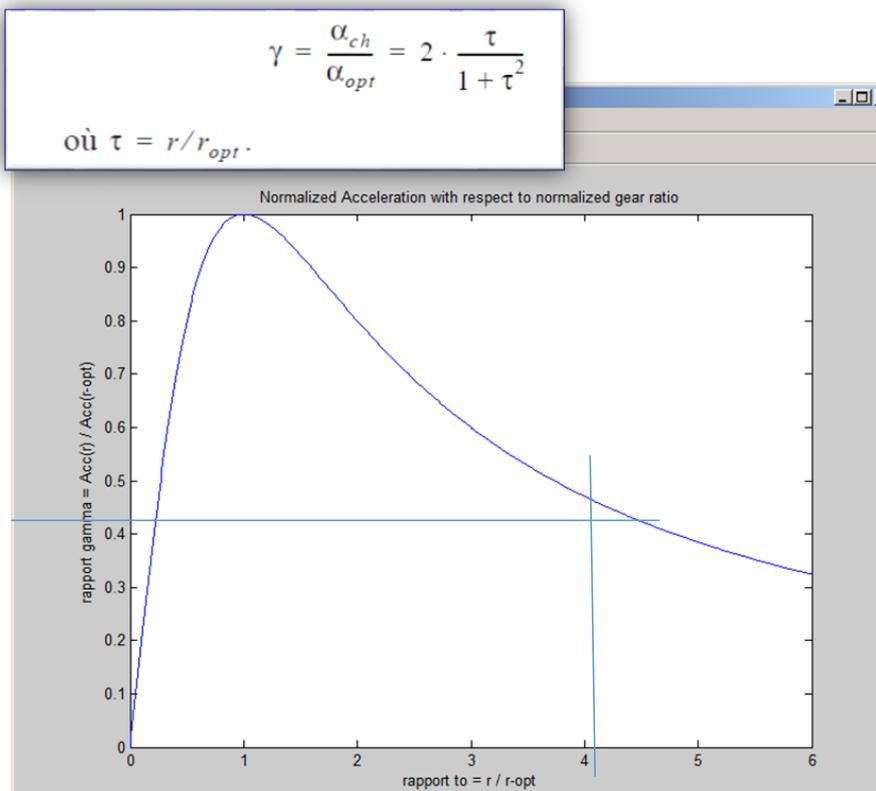
(A) 20

(B) 40

(C) 1600

(D) 80

Voici la courbe $\gamma(\tau)$:



2.2 Relativement à l'accélération optimale, quel est le taux d'accélération admissible avec la transmission utilisée par rapport au cas où le rapport de réduction serait optimal ?

$r/r_{opt} = 180 / 40 = 4.5$, ce qui correspond au point sur la figure

(A) ~ 25%

(B) ~ 35%

(C) ~ 45%

(D) ~ 55%

2.3 En considérant la construction telle que proposée en début de l'énoncé, le capteur accouplé au moteur est un encodeur incrémental de 1000 périodes quadrature. La meilleure résolution possible au niveau de la charge est de

$$Res_{\theta} = \frac{360}{180 * 4 * 1000}$$

- (A) 0.09° (B) 0.0005° (C) 0.002° (D) 0.008°

2.4 La fréquence d'échantillonnage du contrôle est de 2 kHz et la vitesse angulaire est calculée grâce à une dérivation sur une période d'échantillonnage. La résolution de la vitesse est de :

$$Res_w = \frac{0.0005^{\circ}}{0.0005 \text{ sec}}$$

- (A) 4°/sec (B) 1°/sec (C) 180°/sec (D) 16°/sec

2.5 On désire réaliser le même robot avec un actionnement direct. Un capteur absolu de 20 bits est utilisé. La résolution au niveau de la charge est de

- (A) ~(0.36 x 10⁻³)° (B) ~(90 x 10⁻⁶)° (C) ~(1.44 x 10⁻³)° (D) ~(2 x 10⁻⁶)°

En considérant 2²⁰ = 1000 000.

2.6 La fréquence d'échantillonnage du contrôle est de 1 kHz avec cet encodeur de 20 bits. La vitesse angulaire est calculée grâce à une dérivation sur une période d'échantillonnage. La résolution de la vitesse est de :

- (A) ~ 0.36°/sec (B) ~ 1.44°/sec (C) ~(2 x 10⁻³)°/sec (D) (90 x 10⁻³)°/sec

Exercice 3 (18 pts)

Nous désirons contrôler les axes d'une machine cartésienne à 3 degrés de liberté en translation. Le vecteur de la gravitation est donné par $[g] = [0, 0, -g_0]^T$ dans le référentiel de base du robot ($g_0 = 9.8 \text{ m/s}^2$).

3.a Ecrire le modèle géométrique direct et déduire la matrice Jacobienne de ce robot (2.5 pt)

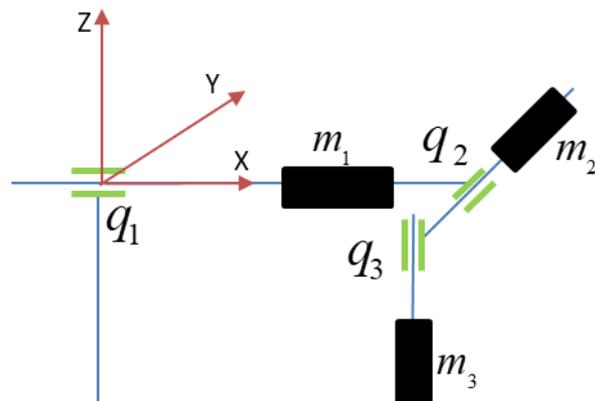
Solution – Exercice série.

La première étape est de tracer un repère $\{X, Y, Z\}$ direct.

Une autre étape est de décrire la machine et ses mouvements articulaires (q_1, q_2, q_3). Dans le cas de cet exercice, il n'y a pas d'informations pour être capable de décrire notre machine, à part le fait que l'axe vertical est orienté vers le haut. **Un exemple de configuration (pas le seul) est celui représenté ci-contre.**

m_1, m_2 et m_3 sont les masses en mouvement associées à chaque axe. La masse en mouvement totale rapportée à l'axe x est $\{m_1 + m_2 + m_3\}$.

Attention. La réponse n'est complète que si elle est associée à une représentation articulaire.



La représentation du modèle géométrique direct est alors : $\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{Bmatrix}$

Le modèle inverse est : $\begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}$

La matrice Jacobienne est $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Les axes de la structure sont pilotés par des moteurs linéaires (actionnement direct). Les masses totales rapportées à chaque moteur linéaire sont m_x , m_y et m_z . Les coefficients de viscosité pour chaque axe sont respectivement kv_x , kv_y et kv_z . Le frottement sec n'est pas considéré.

Dans le cas de cet exercice, il est annoncé que **les masses totales rapportées à chaque moteur linéaire sont m_x , m_y et m_z** . Ceci signifie que la masse rapportée totale à l'axe x est $m_x = m_1+m_2+m_3$. La masse totale rapportée à l'axe y est $m_y = m_2+m_3$ et la masse totale rapportée à l'axe z est $m_z = m_3$. Ceci est bien sûr lié à la configuration cartésienne choisie.

3.b Les moteurs sont commandés en couple. Quel est le contrôleur minimal qui fonctionnerait pour la commande en position, pour chacun des 3 axes du robot : **P , PI , PD ou PID ? Expliquez pour chacun des axes!** (3 pts)

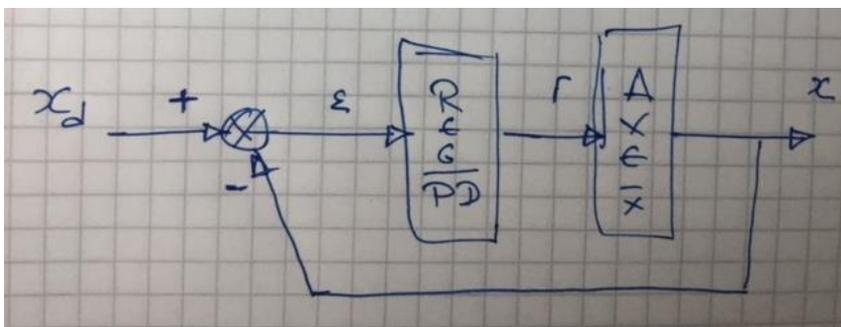
Axes x et y.

Un PD est suffisant car pas de frottement sec en pas de gravité. Le dérivateur est important pour contrôler l'amortissement de la commande en couple.

Ne jamais oublier le dérivateur quand le moteur est piloté en couple pour l'asservissement en position.

Axe z : Un PID est nécessaire. L'intégrateur est nécessaire car cet axe supporte l'effort de gravité induit par la charge.

3.c Effectuez le schéma du contrôleur de la question (3.b) pour la commande en position d'un des axes de votre choix (2pts)



3.d Donnez l'expression du modèle dynamique inverse de l'axe X (1 pt)

F_{mx} est la force du moteur x

$$F_{mx} = m_x \cdot \ddot{x} + kv_x \cdot \dot{x}$$

3.e Donnez l'expression du modèle dynamique inverse de l'axe Z (2 pts)

F_{mz} est la force du moteur z

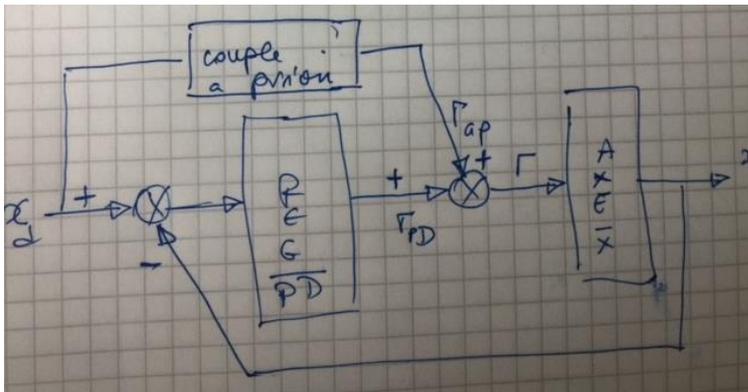
$$F_{mz} = m_z \cdot \ddot{z} + kv_z \cdot \dot{z} + m_z \cdot g_0$$

3.f Quelle est l'expression du couple généralisé a priori pour les axes X et Z (3 pts)

$$F_{mx_ap} = m_x \cdot \ddot{x}_d + kv_x \cdot \dot{x}_d$$

$$F_{mz_ap} = m_z \cdot \ddot{z}_d + kv_z \cdot \dot{z}_d + m_z \cdot g_0$$

3.g Faire le schéma du contrôleur de la réponse (3.c) avec un couple généralisé a priori. Quelle est l'expression totale du couple généralisé de commande (3 pts)



Expression du contrôle :

$$\Gamma = \Gamma_{PD} + \Gamma_{ap} = \left\{ kp (x_d - x) + kp * Td \cdot \frac{d}{dt} (x_d - x) \right\} + \{m_x \cdot \ddot{x}_d + kv_x \cdot \dot{x}_d\}$$

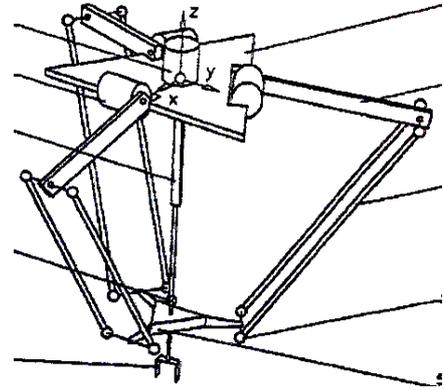
3.h Citez trois avantages d'une architecture de commande de robots avec bus de terrain (1.5 pts)

Réduction câblage	Meilleure distribution des entrée sorties	Dissociation des métiers commande numérique et réglage d'axe
-------------------	---	--

[Voir autres avantages dans slides et cours.](#)

Exercice 4 (15pts)

Le robot Delta 4 est une structure Delta à 4 degrés de liberté pour les opérations de prise et dépose (ref dessin). $\{x, y, z\}$ est le référentiel de base de ce robot. θ_x, θ_y et θ_z sont les rotations respectives par rapport à chacun de axes de ce repère.



4.a Ecrire le vecteur $[X]$ des coordonnées opérationnelles de ce robot (1 pt)

$$X = [x, y, z, \theta_z]$$

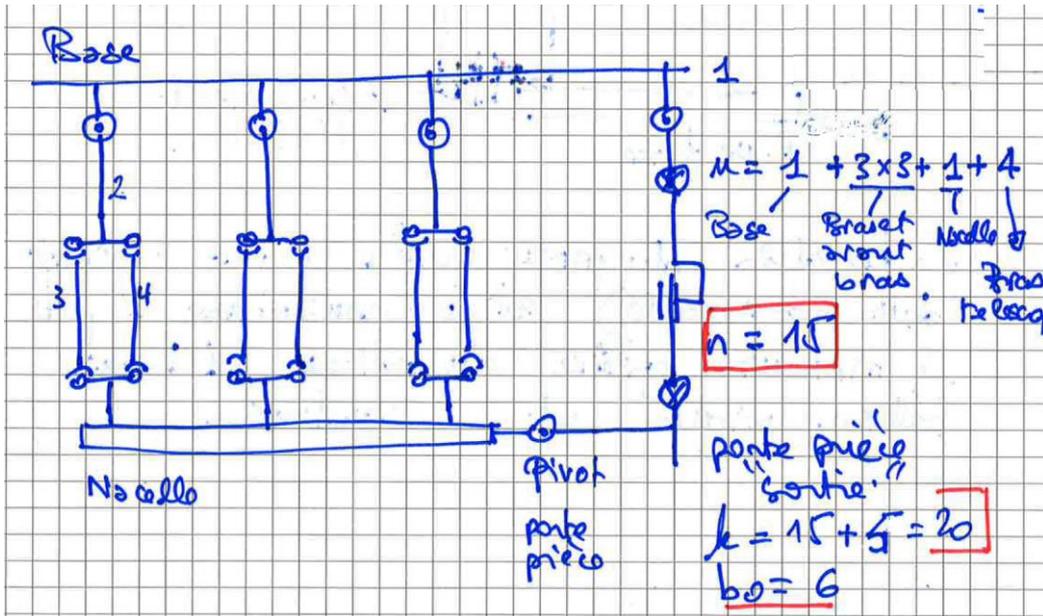
4.b Ecrire le vecteur $[q]$ des coordonnées généralisées de ce robot et décrire à quoi elles correspondent (2 pts)

$$q = [q_1, q_2, q_3, q_4]$$

Rotation du bras 1 par rapport au plan de la base	Rotation du bras 2 par rapport au plan de la base	Rotation du bras 3 par rapport au plan de la base	Rotation du bras télescopique par rapport à l'axe verticale
---	---	---	---

4.c Représentez le schéma cinématique en deux dimensions du Delta 4 afin de pouvoir calculer la mobilité du robot (4 pts)

Représentation cinématique (voir détails dans la série d'exercice – Part Geometry)



4.1 La relation $q = \phi(X)$ correspond à :

- (A) Modèle géométrique direct
- (B) Modèle géométrique inverse
- (C) Matrice Jacobienne inverse
- (D) à aucun modèle précédent

4.2 Cette structure dispose de combien de boucles cinématiques ?

- (A) 4 — (B) 5 (C) 6 (D) 7

4.3 La mobilité de ce robot est égale à :

Calcul de la mobilité du robot Delta -4

$$d_0 = \sum_{i=1}^k d_{0i} - 6 \cdot b_0 \#$$

$$\vee d_0 = \sum_{i=1}^k d_{0i} + 6(n-k-1) \#$$

$$\sum d_0 = 39 + 7 = 46$$

\sum mobilités
 d'1 Δ de rotules
 et double barres.

$$\Rightarrow d_0 = 46 - 6 \times 6 = \underline{10}$$

\vee

$$d_0 = 46 + 6(\underbrace{15 - 20 - 1}_{-6}) = \underline{10}$$

soit 4 dde s + 6 mobilités internes
 de l'outil (porte pièce) rotatives des barres (//)
 autour d'elles mêmes

- (A) 4 (B) 9 (C) 10 (D) 11

4.4 Cette structure -:

- (A) est hyper guidée —
(B) dispose de mobilités internes
 (C) est redondante —
 (D) Aucune des situations précédentes

Exercice 5 (10 pts)

5.a Enumérez 3 effets physiques à éviter pour le positionnement précis d'un robot (3 pts)

Jeu	Frottement sec	Dérive thermique
-----	----------------	------------------

- manque de rigidité des segments, déformation due à la gravité, usure

5.b En vous basant sur les micro-actionneurs présentés au cours, listez 4 principes physiques de fonctionnement (4 réponses) (4 pts)

Effet piézo-électrique	Electro-striction	Magnétostriction	Dilatation thermique
------------------------	-------------------	------------------	----------------------

-mémoire de forme

5.c Proposez 3 techniques qui permettent d'obtenir une grande course avec des micro-actionneurs (3 pts)

Grossier-fin	Stick-slip	Inch-worm
--------------	------------	-----------

Impact-drive (inertiel), bras de levier, genouillère.

Exercice 6 (16 pts)

Nous opérons deux rotations successives 1) une rotation de 90° autour de l'axe x puis 2) Une rotation de 90° autour de l'axe z. Quels sont l'axe et l'angle correspondants à un tel changement d'orientation ?

6.1 L'axe correspondant est :

(B) $[1, 1, 1]'$ (B) $[1, -1, 1]'$ (C) $[1, 1, -1]'$ (D) $[-1, 1, 1]'$

6.2 L'angle correspondant est :

(A) 90° (B) 120° (C) 60° (D) -120°

Même question que 6.1 et 6.2 si nous opérons les rotations précédentes dans l'ordre inverse

6.3 L'axe correspondant est :

(A) $[1, -1, 1]'$ (B) $[-1, -1, -1]'$ (C) $[1, 1, -1]'$ (D) $[-1, 1, 1]'$

6.4 L'angle correspondant est :

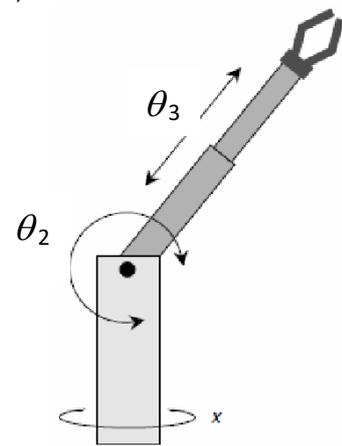
(A) 90° (B) 120° (C) 60° (D) -120°

6.5 Quelle est la matrice homogène qui correspond à une translation de longueur 2 en direction de z suivie d'une rotation de 60° autour de l'axe [0, 1, 0] (question compte 4 pts)

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & \sqrt{3} & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{(A)} \quad \left| \quad \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & \sqrt{3} & 2\sqrt{3} \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{(B)} \quad \left| \quad \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \sqrt{3} & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ -\sqrt{3} & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{(C)} \quad \left| \quad \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \sqrt{3} & 2\sqrt{3} \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ -\sqrt{3} & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{(D)}$$

6.a Donnez le modèle géométrique direct d'un robot sphérique (dessin) (4 pts).

$\theta_3 = 0$ au croisement des axes



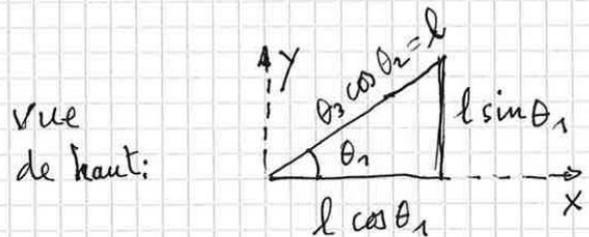
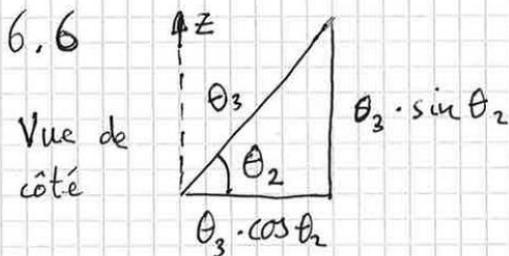
$$6.1 \quad \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{bmatrix}$$

axe (selon formule (11)) $\begin{bmatrix} f-h \\ g-c \\ b-d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ 6.2 $\left. \begin{array}{l} \cos \theta = -\frac{1}{2} \\ \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow 120^\circ$

6.3 ordre inverse $\Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$ 6.4 axe $= \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ $\left. \begin{array}{l} \cos \theta = -\frac{1}{2} \\ \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \theta = 120^\circ$

$$6.5 \quad \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \sqrt{3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

rotation 60° transl. z (2) produit



$$x = \theta_3 \cos \theta_2 \cdot \cos \theta_1$$

$$y = \theta_3 \cos \theta_2 \cdot \sin \theta_1$$

$$z = \theta_3 \sin \theta_3$$

θ_1

Solution avec Quaternions :

$$Q_M Q_L = \{ \mu_0, \underline{\mu} \} \{ \lambda_0, \underline{\lambda} \} = \{ \mu_0 \lambda_0 - \underline{\mu}^T \underline{\lambda}, \mu_0 \underline{\lambda} + \lambda_0 \underline{\mu} + \underline{\mu} \times \underline{\lambda} \} \quad (11g)$$

Ce produit définit l'enchaînement des rotations Q_L puis Q_M .

Nous avons :
1^{ière} rotation $Q_L = \{ \sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2 [1,0,0] \}$
2^{ième} rotation $Q_L = \{ \sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2 [0,0,1] \}$

$$Q_M Q_L = \{ 1/2, [1/2, 0, 0] + [0, 0, 1/2] + [0, 1/2, 0] \}$$

Donc axe de rotation $[1,1,1]$, demi-angle 60° , angle 120° , réponses

6.1A, 6.2B

6.3

Il y a seulement le produit vectoriel qui change de signe, donc réponses

6.3A, 6.4B