M. Bouri
H. Bleuler

MICRO-450
Bases de la robotique

Examen Blanc Solutions

Exercice 1. Questions Vrai ou Faux (15 pts)

Merci de cocher V ou F sur votre feuille de réponse.

1.1	Un robot sériel est une structure à chaine cinématique fermée.	**Faux**
1.2	En général, un robot angulaire est plus précis qu'un robot cartésien.	**Faux** Un cartésien est plus précis car les capteurs sont directement reliés à la sortie (outil en mouvement)
1.3	En général, un robot parallèle est plus rigide qu'un robot sériel.	**Vrai** A cause de la fermeture des chaines cinématiques

1.4	La matrice Jacobienne d'un robot représente son modèle géométrique.	**Faux** La matrice Jacobienne provient plutôt de la dérivation du modèle géométrique direct % variables articulaires
1.5	Un codeur incrémental n'a pas besoin d'initialisation	**Faux** Un codeur incrémental, étant incrémental, n'est pas un capteur absolu et a besoin de référencement.
1.6	Le couple électromagnétique d'un moteur à courant continu est toujours proportionnel au courant d'entrée du moteur.	**Vrai** Fait partie des spécifiactions électromécaniques des moteurs CC. Autant que la vitesse est proportionnelle à la tension aux bornes du bobinage du moteur .
1.7	Un moteur pas à pas est plus facile à commander qu'un moteur à courant continu à balais	**Vrai** Un moteur pap se pilote en step direction. Donc uniquement grâce à des sorties digitales
1.8	Le modèle dynamique d'un robot met en relation les positions articulaires avec les couples articulaires.	**Vrai** Voir définition du modèle dynamique (qu'il soit direct ou inverse)
1.9	Les pertes énergétiques d'un moteur à CC ne dépendent pas du profil de positionnement choisi.	**Faux** Les pertes énergétiques d'un moteur à CC dépendent du profil de positionnement. Le profil d'accélération est directement lié au courant, qui est directement lié aux pertes joules.
1.10	Les éléments de la matrice Jacobienne d'un robot ne sont pas toujours constants.	**Vrai** La matrice Jacobienne traduit un rapport de réduction entre les vitesses articulaires et outil qui est fonction de la position du robot. <u>*Le robot cartésien est le seul cas ou cette matrice*</u>

		[possède des éléments constants.]()
1.11	Un robot redondant possède plus de degrés de liberté que de moteurs.	**Faux** Un robot redondant possède plus de moteurs que de degrés de libertés.
1.12	La matrice Jacobienne d'un robot met en relation la force appliquée au niveau de l'outil avec les couples articulaires.	**Vrai** $\boldsymbol{\Gamma} = \boldsymbol{J}^T \boldsymbol{h}.$ $\boldsymbol{h}$ étant la force appliquée au niveau de l'outil et G est le couple projeté au niveau articulaire résultant de la force appliquée $\boldsymbol{h}$.
1.13	La matrice Jacobienne d'un robot met en relation la position au niveau de l'outil avec les positions articulaires.	**Faux** Ceci est la définition du modèle géométrique.
1.14	La matrice Jacobienne d'un robot met en relation les positions articulaires avec les couples articulaires.	**Faux** Ceci est la définition du modèle dynamique.
1.15	Un capteur de position potentiométrique est un capteur de position absolu-	**Vrai** Ce capteur donne toujours la même valeur après extinction de l'alimentation et n'a pas besoin d'initialisation.

Exercice 2

L'axe moteur de la deuxième rotation d'un robot SCARA est réalisé par la combinaison d'un moteur et d'un réducteur.

PS- Le réducteur n'a pa été défini. Rapport = 1

2.1 En considérant la construction d'un tel axe, le capteur accouplé au moteur est un encodeur incrémental de 1000 périodes quadrature. La meilleure résolution possible au niveau de la charge est de

$$Res\ (\theta) = \frac{2\pi}{1000\ X\ 4} = \frac{360°}{4000} = \mathbf{0.09°}$$

(A) 0.09 °　　~~(B) 0.0005°~~　　~~(C) 0.002°~~　　~~(D) 0.008°~~

2.2 La fréquence d’échantillonnage du contrôle est de 2 kHz et la vitesse angulaire est calculée grâce à une dérivation sur une période d’échantillonnage. La résolution de la vitesse est de :

$$Res\ (\omega) = \frac{Res(\theta)}{Te} = \frac{0.09°}{0.0005\ (sec)} = 180°/sec$$

~~**(A) 4°/sec**~~ ~~**(B) 1°/sec**~~ **(C) 180 °/sec** ~~**(D) 16°/sec**~~

2.3 On désire réaliser le même robot avec un actionnement direct. Un capteur absolu de **20 bits** est utilisé. La résolution au niveau de la charge est de

$$Res\ (\theta) = \frac{2\pi}{2^{20}} = \frac{360°}{1.048576e+6} = \mathbf{3.43.10^{-4}}$$

(A) ~(0.36 x 10^{-3}) ° ~~**(B) ~(90 x 10^{-6}) °**~~ ~~**(C) ~(1.44 x 10^{-3}) °**~~ ~~**(D) ~(2 x 10^{-6}) °**~~

2.4 La fréquence d’échantillonnage du contrôle est de 1 kHz avec cet encodeur de 20 bits. La vitesse angulaire est calculée grâce à une dérivation sur une période d’échantillonnage. La résolution de la vitesse est de :

$$Res\ (\omega) = \frac{Res(\theta)}{Te} = \frac{0.36.10^{-3}°}{0.001\ (sec)} = 0.36°/sec$$

(A) ~ 0.36°/sec ~~**(B) ~ 1.44°/sec**~~ ~~**(C) ~(2 x 10^{-3}) °/sec**~~ ~~**(D) (90 x 10^{-3}) °/sec**~~

Remarque,

Il faut noter qu’il faudrait un rapport de réduction de 250 (soit 0.09°/0.36.10^{-4} °) pour arriver à une précision identique que celle obtenue avec le capteur absolu 20 bits. D’où l’attrait de plus en plus élevé pour l’actionnement direct et pour les capteurs absolus.

Exercice 3

Nous désirons contrôler les axes d'une machine cartésienne à 3 degrés de liberté en translation. Le vecteur de la gravitation est donné par [g]= [0,0,-g_0]' dans le référentiel de base du robot (g_0=9.8m/s^2).

3.a Ecrire le modèle géométrique direct et déduire la matrice Jacobienne de ce robot (2.5 pt)

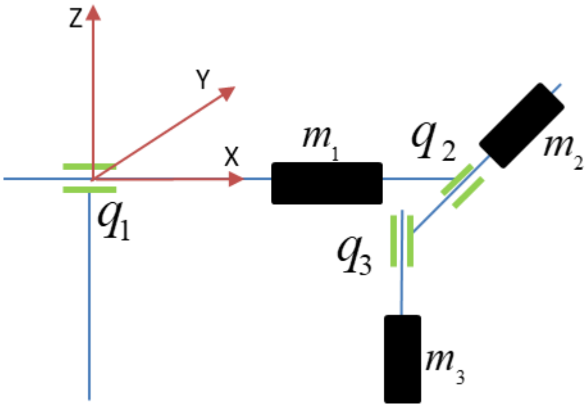
Solution – Exercice série.

La première étape est de tracer un repère {X,Y,Z} direct.

Une autre étape est de décrire la machine et ses mouvements articulaires (q1, q2, q3). Dans le cas de cet exercice, il n'y a pas d'informations pour être capable de décrire notre machine, à part le fait que l'axe vertical est orienté vers le haut. **Un exemple de configuration (pas le seul) est celui représenté ci-contre**.

m_1, m_2 et m_3 sont les masses en mouvement associées à chaque axe. La masse en mouvement totale rapportée à l'axe x est $\{m_1+m_2+m_3\}$.

Attention. La réponse n'est complète que si elle est associée à une représentation articulaire.



La représentation du modèle géométrique direct est alors : $\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{Bmatrix}$

Le modèle inverse est : $\begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}$

La matrice Jacobienne est $J = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}$

Les axes de la structure sont pilotés par des moteurs linéaires (actionnement direct). Les masses totales rapportées à chaque moteur linéaire sont m_x, m_y et m_z. Les coefficients de viscosité pour chaque axe sont respectivement kv_x, kv_y et kv_z. Le frottement sec n'est pas considéré.

Dans le cas de cet exercice, il est annoncé que **les masses totales rapportées à chaque moteur linéaire sont m_x, m_y et m_z.** Ceci signifie que la masse rapportée totale à l'axe x est $m_x = m_1+m_2+m_3$. La masse totale rapportée à l'axe y est $m_y = m_2+m_3$ et la masse totale rapportée à l'axe z est $m_z = m_3$. Ceci est bien sûr lié à la configuration cartésienne choisie.

3.d Donnez l'expression du modèle dynamique inverse de l'axe *X* (1 pt)

F_{mx} est la force du moteur x

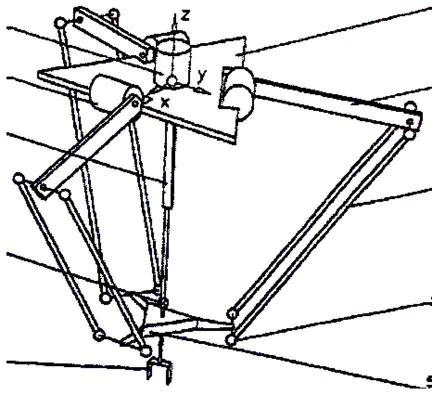
$$F_{mx} = m_x .\ddot{x} + kv_x.\dot{x}$$

3.e Donnez l'expression du modèle dynamique inverse de l'axe *Z* (2 pts)

F_{mz} est la force du moteur z

$$F_{mz} = m_z .\ddot{z} + kv_z.\dot{z} + m_z.g_0$$

Exercice 4



Le robot Delta 4 est une structure Delta à 4 degrés de liberté pour les opérations de prise et dépose (ref dessin). {x, y, z} est le référentiel de base de ce robot. θx, θy et θz sont les rotations respectives par rapport à chacun de axes de ce repère.

4.a Ecrire le vecteur [X] des coordonnées opérationnelles de ce robot (1 pt)

X = [x , y, z, θ_z]

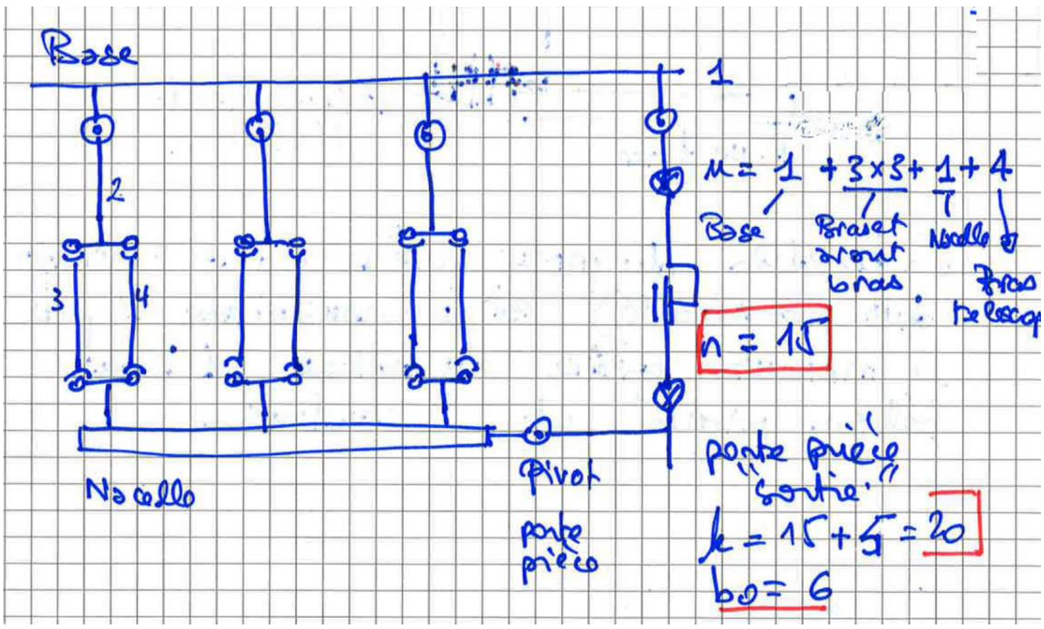
4.b Ecrire le vecteur [q] des coordonnées généralisées de ce robot et décrire à quoi elles correspondent (2 pts)

q = [q_1 , q_2, q_3, q_4]

Rotation du bras 1 par rapport au plan de la base	Rotation du bras 2 par rapport au plan de la base	Rotation du bras 3 par rapport au plan de la base	Rotation du bras télescopique par rapport à l'axe verticale

4.c Représentez le schéma cinématique en deux dimensions du Delta 4 afin de pouvoir calculer la mobilité du robot (4 pts)

Représentation cinématique (voir détails dans la série d'exercice – Part Geometry)



4.1 La relation q= ϕ(X) correspond à :

~~**(A) Modèle géométrique direct**~~
(B) Modèle géométrique inverse
~~**(C) Matrice Jacobienne inverse**~~
~~**(D) à aucun modèle précédent**~~

4.2 Cette structure dispose de combien de boucles cinématiques ?

~~(A) 4~~ ~~(B) 5~~ (C) 6 ~~(D) 7~~

4.3 La mobilité de ce robot est égale à :

Calcul de la mobilité du robot Delta -4

$$\mathcal{M}_0 = \sum_{1}^{k} \mathcal{M}_{0i} - 6\, b_0 \quad \#$$

V $$\mathcal{M}_0 = \sum_{1}^{k} \mathcal{M}_{0i} + 6\,(n-k-1) \quad \#$$

$$\sum \mathcal{M}_0 = \underbrace{39} + 7 = 46$$

Σ Mobilités d'1 Δ à rotules et double barres.

$$\Rightarrow \mathcal{M}_0 = 46 - 6 \times 6 = \underline{10}$$

V

$$\mathcal{M}_0 = 46 + 6(\underbrace{15-20-1}_{-6}) = \underline{10}$$

Soit 4 ddls de l'outil (porte pièce) + 6 mobilités internes rotations des barres (//) autour d'elles même

~~(A) 4~~ ~~(B) 9~~ (C) 10 ~~(D) 11~~

4.4 Cette structure -:

~~(A) est hyper guidée~~

(B) dispose de mobilités internes

~~(C) est redondante~~

~~(D) Aucune des situations précédentes~~

Exercice 5

Nous opérons deux rotations successives 1) une rotation de 90° autour de l'axe x puis 2) Une rotation de 90° autour de l'axe z. Quels sont l'axe et l'angle correspondants à un tel changement d'orientation ?

5.1 L'axe correspondant est :

(A) [1, 1, 1]' **(B) [1,-1, 1]'** **(C) [1, 1, –1]'** **(D) [–1, 1, 1]'**

5.2 L'angle correspondant est :

(A) 90° **(B) 120°** **(C) 60°** **(D) –120°**

Même question que 5.1 et 5.2 si nous opérons les rotations précédentes dans l'ordre inverse

5.3 L'axe correspondant est :

(A) [1,-1, 1]' **(B) [–1, –1, –1]'** **(C) [1, 1, –1]'** **(D) [–1, 1, 1]'**

5.4 L'angle correspondant est :

(A) 90° **(B) 120°** **(C) 60°** **(D) –120°**

5.5 Quelle est la matrice homogène qui correspond à une translation de longueur 2 en direction de z suivie d'une rotation de 60° autour de l'axe [0, 1, 0] (question compte 4 pts)

$$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} \sqrt{3} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & \sqrt{3} & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

(A)

$$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} \sqrt{3} & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & \sqrt{3} & 2\sqrt{3} \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

(B)

$$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 0 & \sqrt{3} & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ -\sqrt{3} & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

(C)

$$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 0 & \sqrt{3} & 2\sqrt{3} \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ -\sqrt{3} & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

(D)