

Dr. Ing. Mohamed Bouri
IEEE Senior Member
EPFL, Laboratoire de Systèmes Robotiques

Dr M. Bouri, Octobre 2018

Plan du cours

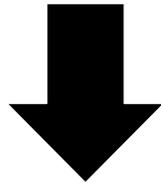
1. Modélisation géométrique de robots parallèles
2. Elaboration du volume de travail d'un robot parallèle
3. Jacobien,
 - Jacobien , définition
 - Jacobien analytique
 - Singularités
 - Complément – Jacobien géométrique

Partie 1 –

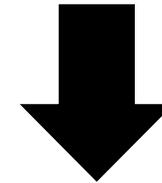
Modélisation géométrique et transformation de coordonnées de robots parallèles

Elaboration du Modèle Géométrique du Robot

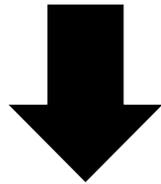
Transformation de coordonnées



Géométrie
/ Vectorielle



Analytique



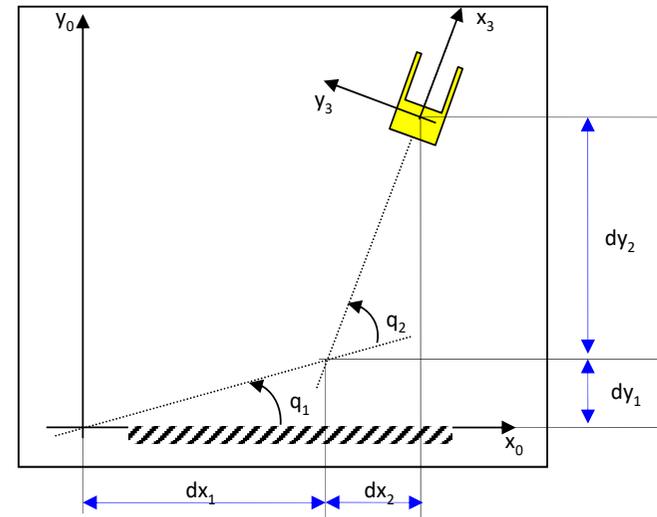
Utilisation des matrices homogènes

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \mathcal{G} & -\sin \mathcal{G} & t_x \\ \sin \mathcal{G} & \cos \mathcal{G} & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c & -s & t_x \\ s & c & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Exemple de calcul analytique pour robot sériel

Le Modèle géométrique

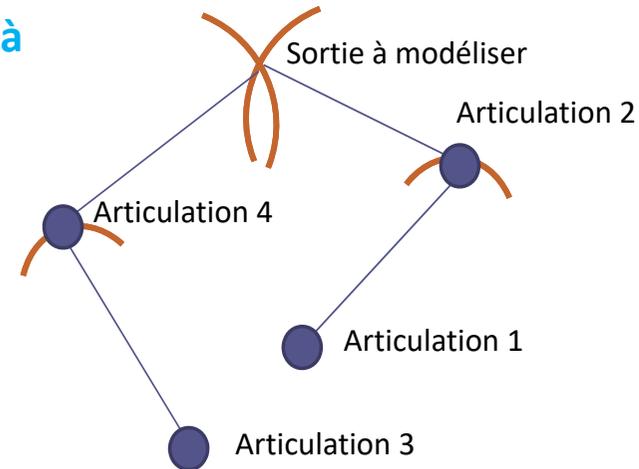
$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(q_1, q_2) \\ f_2(q_1, q_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) \\ l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_1 + q_2) \end{bmatrix}$$



La méthode vectorielle consiste à utiliser les matrices de transformation homogène pour chaque articulation

Comment obtenir le MG d'un robot parallèle ?

La méthode analytique pour les robots **parallèles** consiste à **écrire un système d'équations à partir des trajectoires balayées par chaque lien articulé (en brun)**

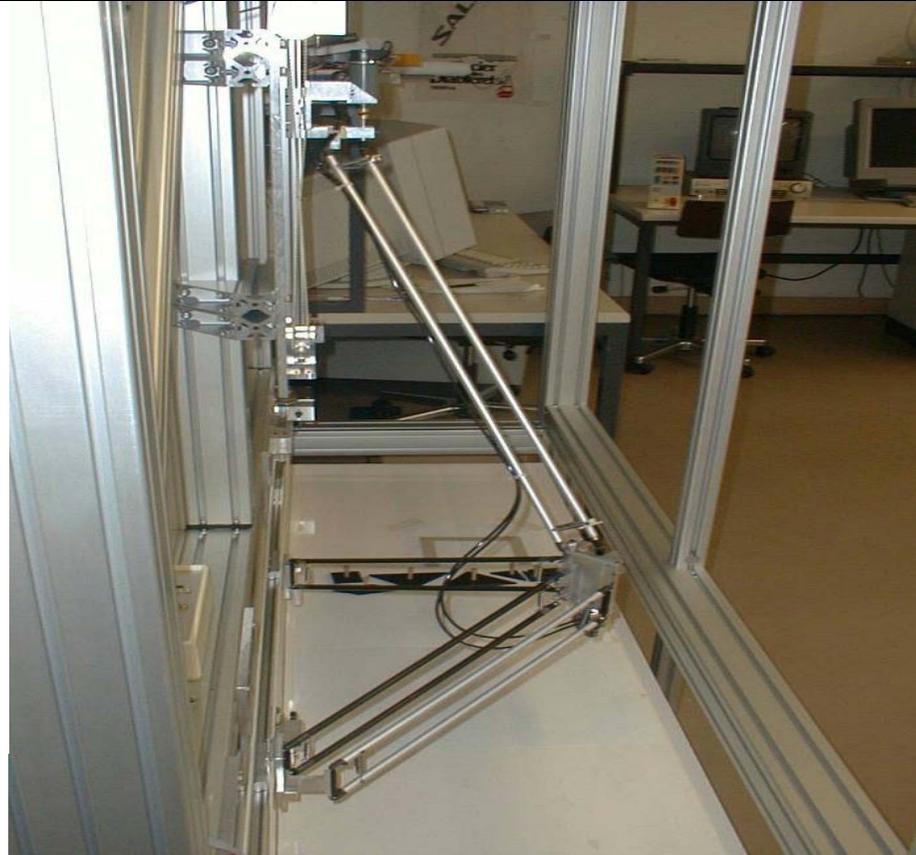


A partir des cardans, nous obtenons des **sphères** centrées sur les cardans.

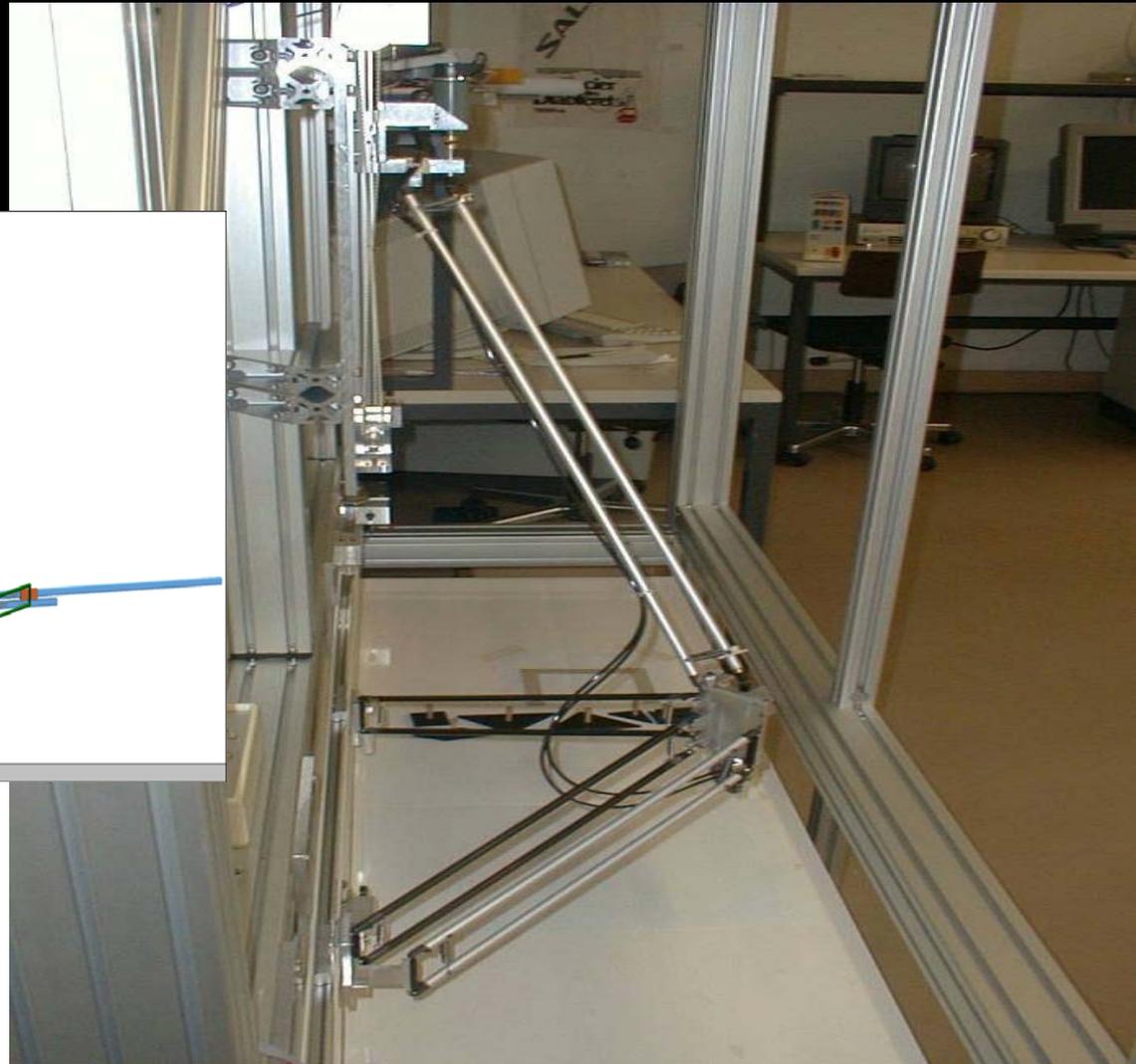
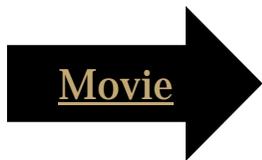
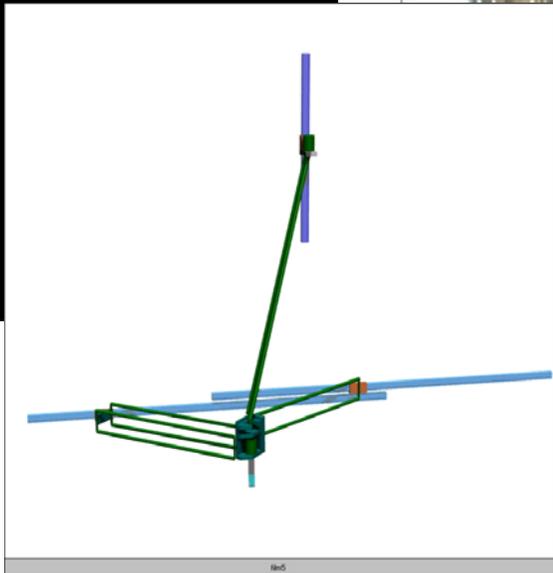
A partir de pivots, nous obtenons des **cercles** centrés sur les pivots

Etapes d'élaboration de modèle géométrique valables pour tt les robots

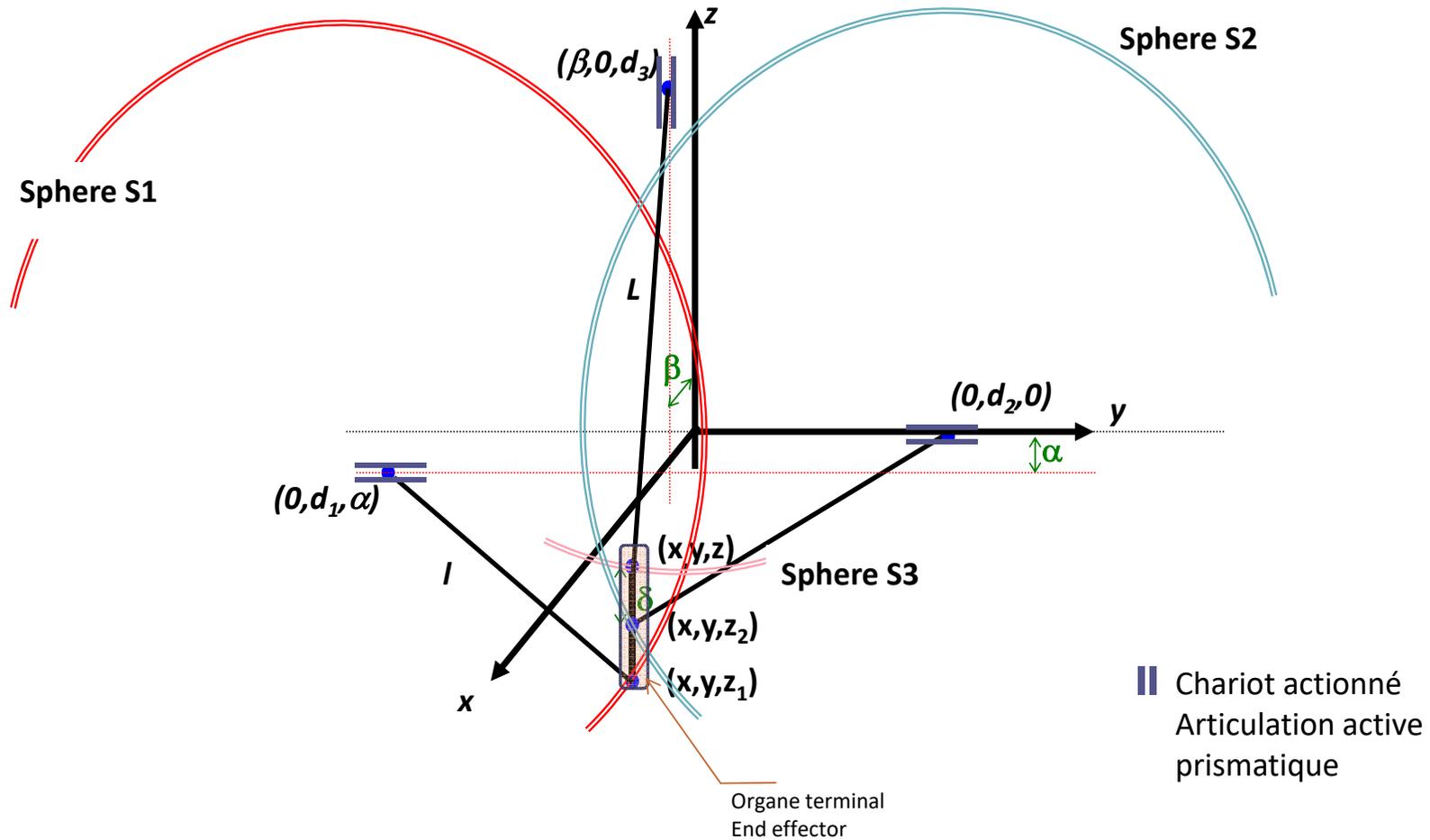
- 1) Identifier l'organe terminal
- 2) Trouver les **ddls** de ce organe
- 3) Identifier les articulations actives (**moteurs**) et passives.
- 4) Référencer la sortie du robot dans un repère à définir.
- 5) Référencer les mouvements articulaires.
- 6) Ecrire les équations des mouvements engendrés par chaque articulation.
- 7) Résoudre le système d'équation.



Exemple du robot Manta



Exemple du robot Manta



En posant les équations des sphères centrées sur les cardans

Sphères centrées sur les cardans

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + (y - d_1)^2 + (z_1 - \alpha)^2 = l^2 \\ x^2 + (y - d_2)^2 + z_2^2 = l^2 \\ (x - \beta)^2 + y^2 + (z - d_3)^2 = L^2 \end{array} \right.$$

and $z_1 = z_2 + \alpha$

Modèle Directe

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{A + Bz - z^2} \\ y &= \frac{d_1 + d_2}{2} \\ z &= \frac{-F - \sqrt{F^2 - 4EG}}{2E} \end{aligned}$$

Modèle Inverse

$$\left\{ \begin{array}{l} d_1 = y - \sqrt{y - \alpha^2 + l^2 - x^2 + 2\alpha z_1 - z_1^2} \\ d_2 = y + \sqrt{y - \alpha^2 + l^2 - x^2 + 2\alpha z_1 - z_1^2} \\ d_3 = z - \delta - \sqrt{-\beta^2 + L^2 - x^2 + 2\beta y - y^2} \end{array} \right.$$

Avec

$$A = l^2 - \frac{(d_1 - d_2)^2}{4} - \delta^2, \quad B = 2\delta,$$

$$C = B - 2d_3,$$

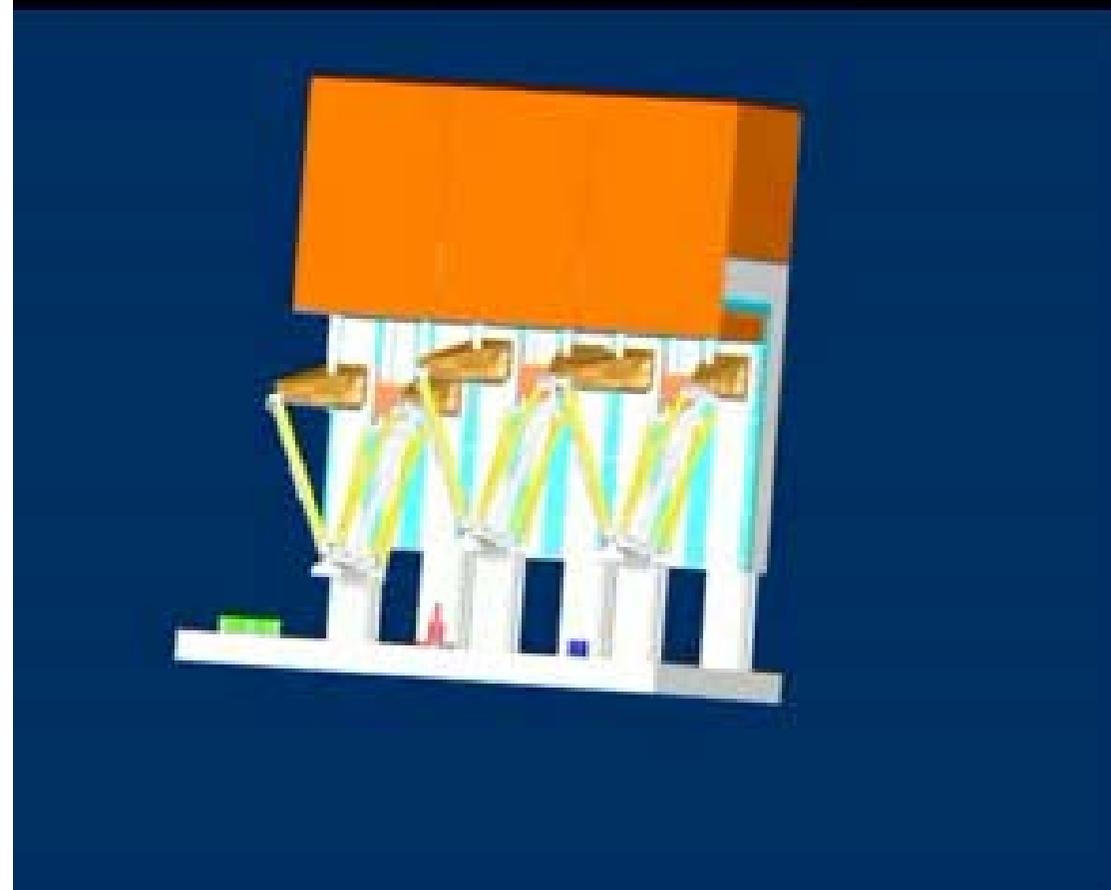
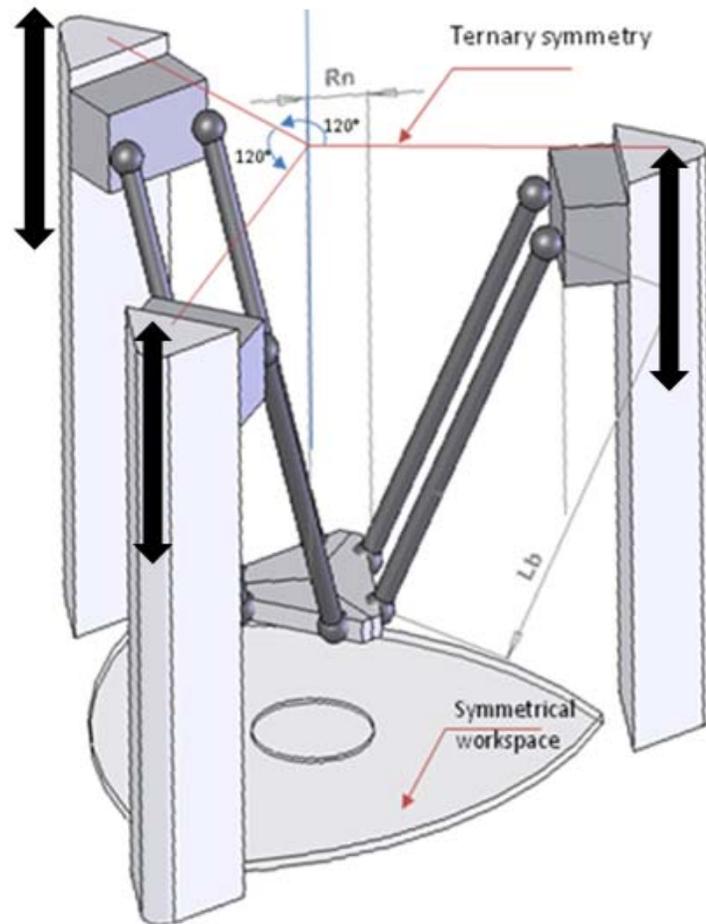
$$D = A + d_3^2 - L^2 + \frac{(d_1 + d_2)^2}{4}$$

$$E = C^2 + 4\beta^2, \quad F = 2CD - 4\beta^2 B,$$

$$G = D^2 - 4\beta^2 A.$$

Exercice (à traiter en cours)

Develop the Coordinate transformation of this linear Delta ...



Volume de travail d'un robot par l'exemple

Le volume de travail d'un travail s'obtient selon les étapes suivantes :

- 1- En parcourant **les valeurs admissibles**, incluses entre les deux butées extrêmes, **de chaque articulation**. Pour un robot parallèle, il ne faut surtout pas oublier de considérer les limites des articulations passives (cardans, rotules,...)
- 2- En **écartant les points singuliers** parallèles et en écartant les valeurs donnant lieu à des calculs NaN (division par zéro, discriminant négatif, ...).
- 3- En **écartant les zones de collisions** entre les segments du robot et toute autre partie fixe ou mobile du robot (autre segment ou bâti)

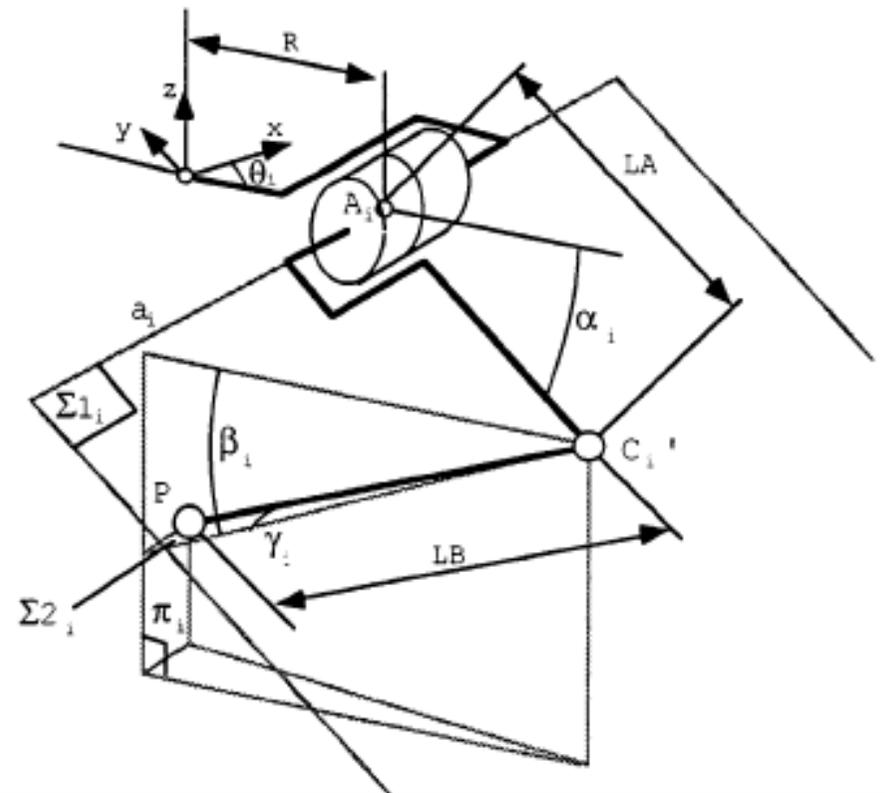
Exemple pour un robot Delta

Le volume de travail est analysé en faisant varier les angles des moteurs entre -60° et 120° , par pas de 3° .

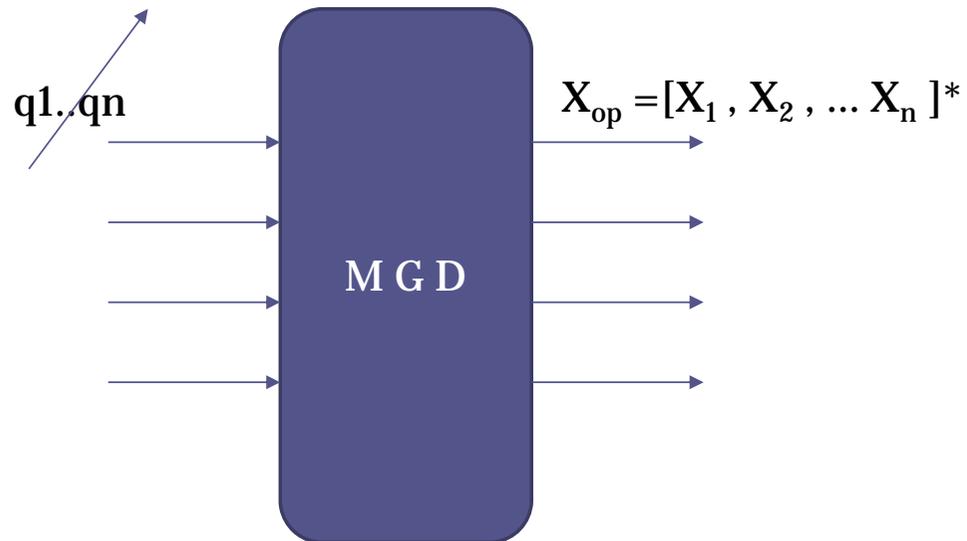
Ensuite, les points conduisant à des singularités du modèle géométrique direct (division par 0, racine négative) sont retirés.

Finalement, les angles γ et β sont calculés et fixés entre les limites suivantes :

- $30^\circ < \alpha_i + \beta_i < 150^\circ$
- $-40^\circ < \gamma_i < 40^\circ$



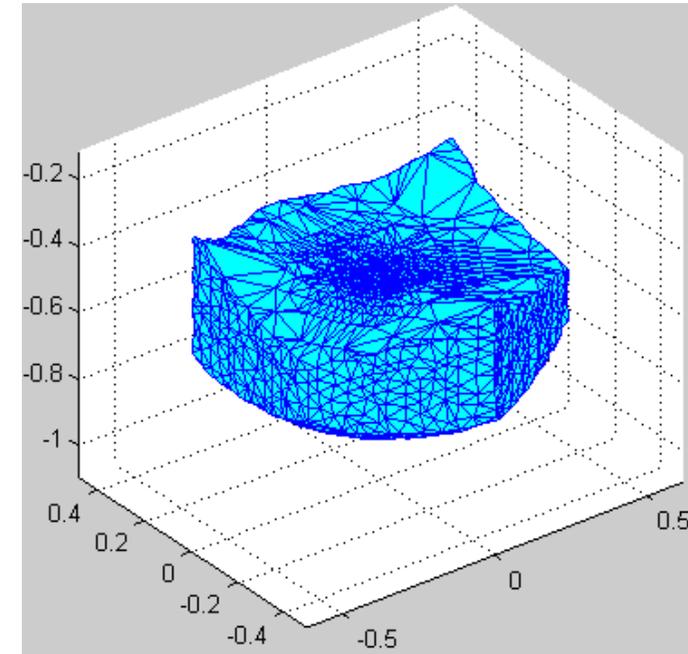
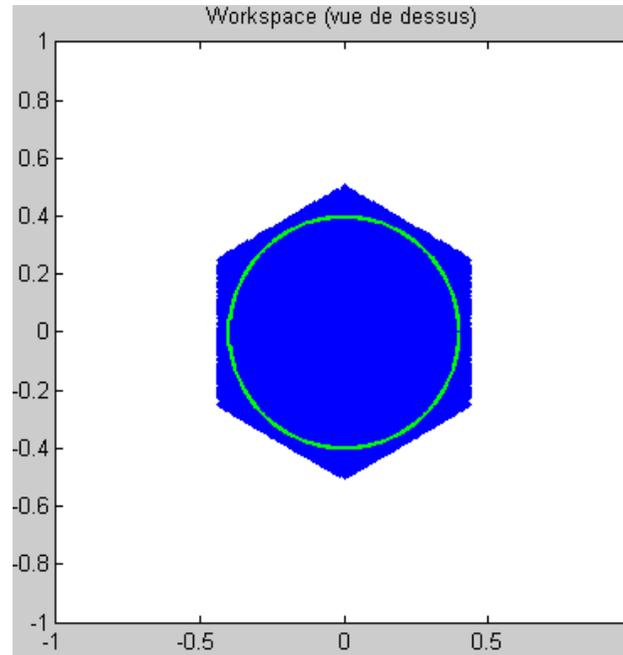
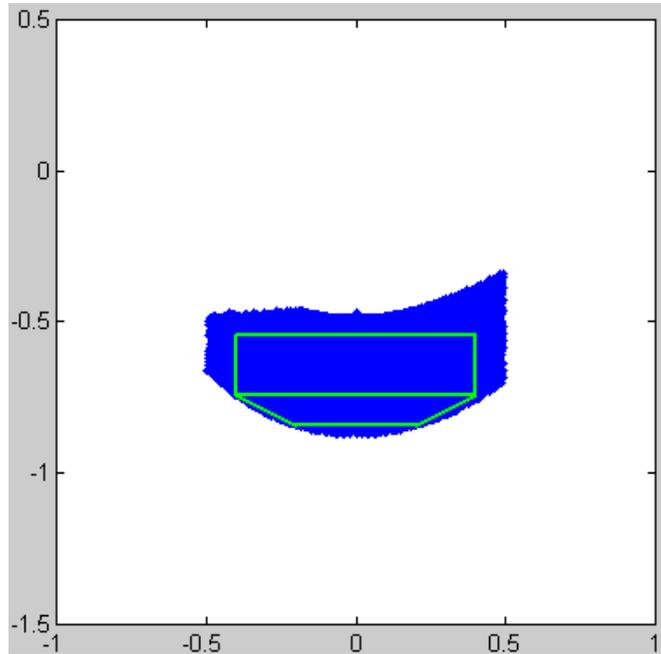
Exemple d'un robot Delta



(*), Pour le Delta, $X_{op} = [x, y, z]$

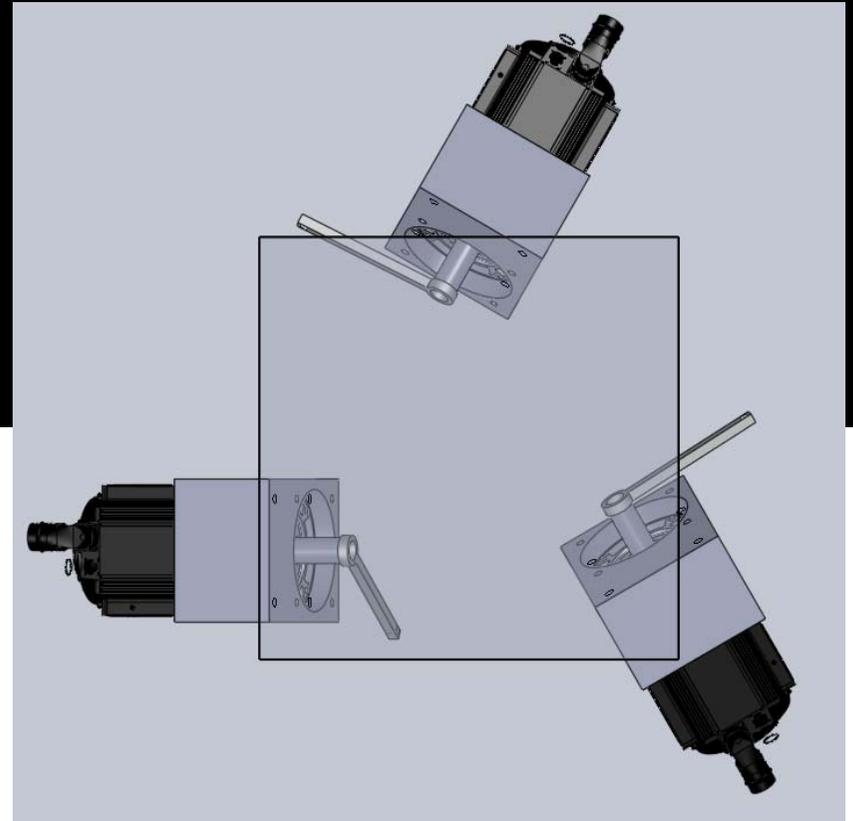
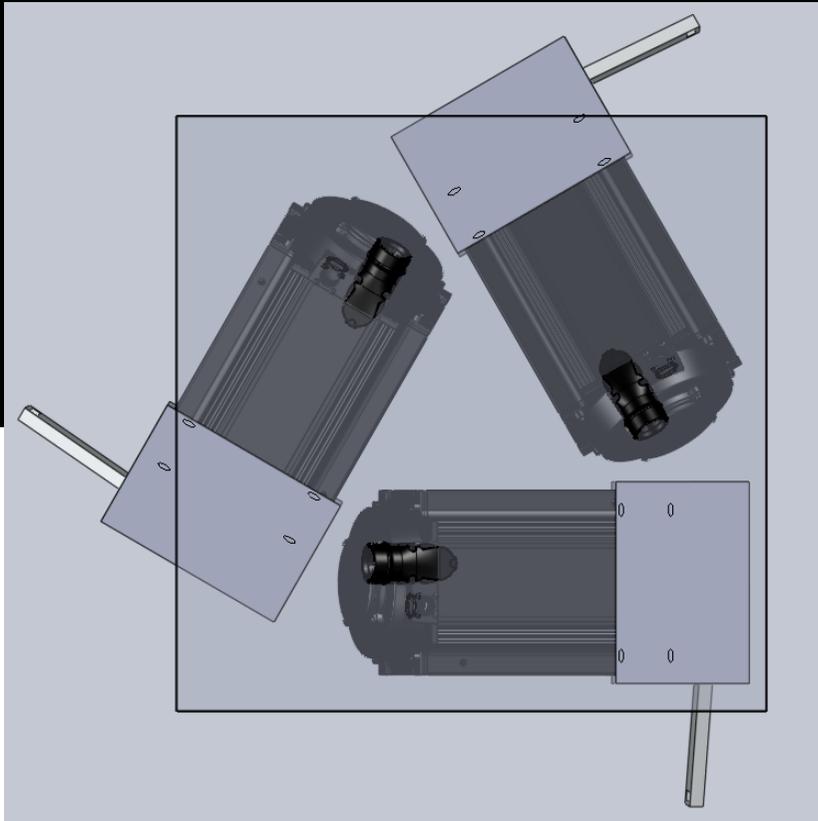
Volume de travail :

$L_a = 230\text{mm}$, $L_b = 670\text{mm}$, $R = 35\text{mm}$, $\chi_i = 0^\circ$

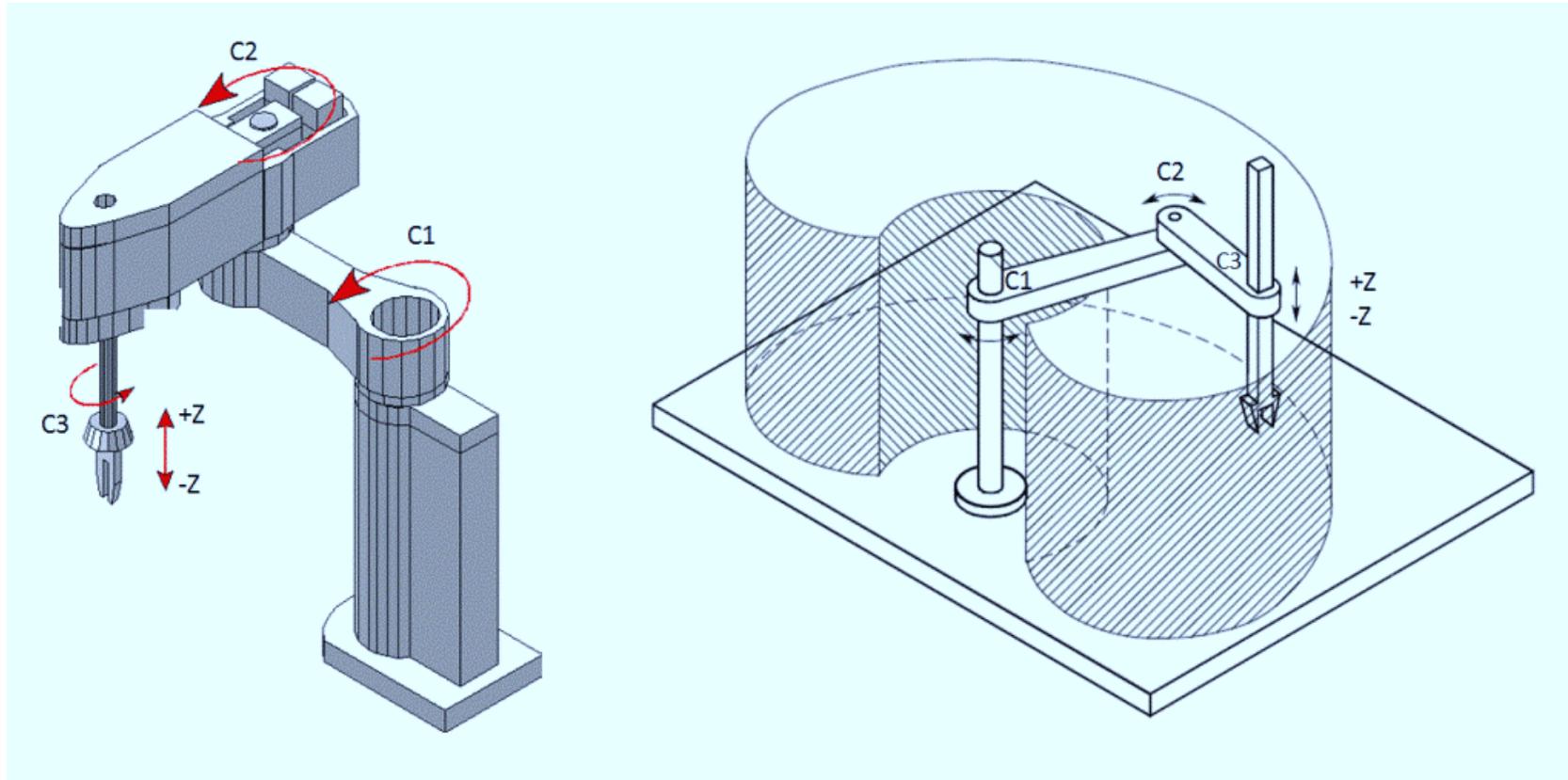


Il est toujours utile à représenter le volume de travail par une forme de base connue : combinaison de cylindres, cônes, cubes, ..

Attention à l'encombrement du robot et la disposition des moteurs



Volume de travail d'un robot SCARA :



Partie 3- Le Jacobien

Relation entre
les **coordonnées** articulaires et opérationnelles



Le modèle géométrique
La transformation de coordonnées

Relation entre les **vitesse**s articulaires et opérationnelles

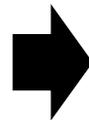


Le Jacobien

Notion de problématique à 3 niveaux



- Erreurs
- Vitesses
- Forces



- Evaluer les singularités

Soient :

$$q = [q_1 \quad q_2 \quad \dots \quad q_n]^T \longrightarrow \begin{array}{l} \text{Vecteur de coordonnées} \\ \text{généralisées,} \\ \text{Positions articulaires} \end{array}$$

$$\dot{q} = [\dot{q}_1 \quad \dot{q}_2 \quad \dots \quad \dot{q}_n]^T \longrightarrow \begin{array}{l} \text{Vecteur de vitesses} \\ \text{généralisées,} \\ \text{Vitesses articulaires} \end{array}$$

Comment représenter la vitesse opérationnelle?

Le Jacobien : Définition

Les mathématiciens parlent de *matrice Jacobienne* alors que les roboticiens utilisent plutôt les termes **Jacobien** ou **Jacobienne**.

Matrice reliant les vitesses de l'organe terminal (poignet du robot) aux vitesses articulaires du robot.

$$\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = J \cdot \dot{q}$$

v et ω sont les vecteurs-vitesses translationnel et rotationnel de l'organe terminal.

Ces composantes sont choisies pour pouvoir identifier d'une manière unique la vitesse de ce dernier.

$$\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = J \cdot \dot{q}$$

J : Jacobien

Construction géométrique

Construction analytique

Par la dérivation du modèle géométrique



De même que pour le modèle géométrique !

Méthode analytique et Jacobien analytique

La sortie du robot ou les coordonnées de son organe terminal est décrite par deux types d'informations :

- sa position translationnelle $p(q)$, et
- l'orientation $\phi(q)$

Exemple (angles d'Euler):

$$X(q) = \begin{bmatrix} p_x(q) \\ p_y(q) \\ p_z(q) \\ \alpha(q) \\ \beta(q) \\ \gamma(q) \end{bmatrix}$$

$$X(q) = \begin{bmatrix} p(q) \\ \phi(q) \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_m \end{bmatrix}$$

m , dimension de l'espace opérationnel

Jacobien analytique

$$X(q) = \begin{bmatrix} X_1(q) \\ X_2(q) \\ \vdots \\ X_m(q) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(q_1, q_2, \dots, q_n) \\ f_2(q_1, q_2, \dots, q_n) \\ \vdots \\ f_m(q_1, q_2, \dots, q_n) \end{bmatrix}$$

$$dX = \begin{bmatrix} dX_1 \\ dX_2 \\ \vdots \\ dX_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_1} \cdot dq_1 + \frac{\partial f_1}{\partial q_2} \cdot dq_2 + \dots + \frac{\partial f_1}{\partial q_n} \cdot dq_n \\ \frac{\partial f_2}{\partial q_1} \cdot dq_1 + \frac{\partial f_2}{\partial q_2} \cdot dq_2 + \dots + \frac{\partial f_2}{\partial q_n} \cdot dq_n \\ \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial q_1} \cdot dq_1 + \frac{\partial f_m}{\partial q_2} \cdot dq_2 + \dots + \frac{\partial f_m}{\partial q_n} \cdot dq_n \end{bmatrix}$$

$$dX = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_1} & \frac{\partial f_1}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial q_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial q_1} & \frac{\partial f_2}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial q_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial q_1} & \frac{\partial f_m}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial q_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dq_1 \\ dq_2 \\ \vdots \\ dq_n \end{bmatrix}$$

$$dX = J_A \cdot dq$$

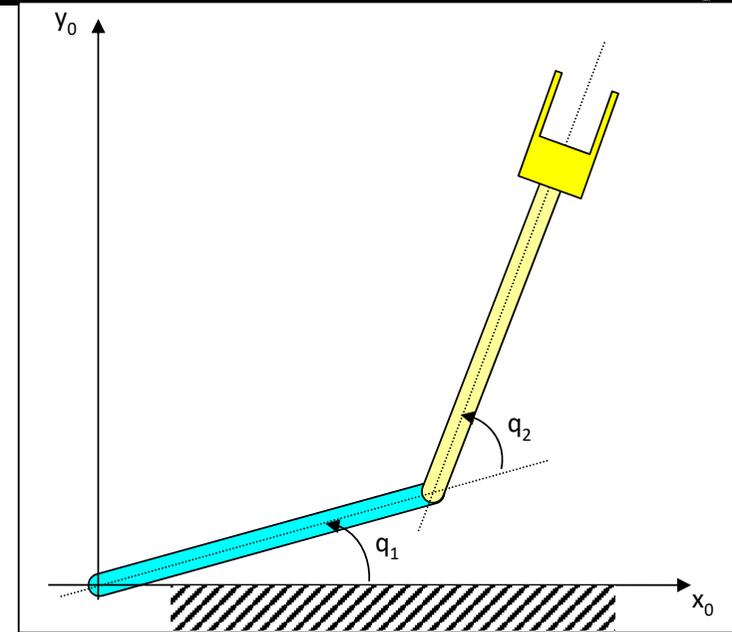
Exemple

Le Modèle géométrique

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(q_1, q_2) \\ f_2(q_1, q_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) \\ l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_1 + q_2) \end{bmatrix}$$

$$J_A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_1} & \frac{\partial f_1}{\partial q_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial q_1} & \frac{\partial f_2}{\partial q_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1 \sin(q_1) - l_2 \sin(q_1 + q_2) & -l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) & l_2 \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1 \sin(q_1) - l_2 \sin(q_1 + q_2) & -l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) & l_2 \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix}$$



Exercice:

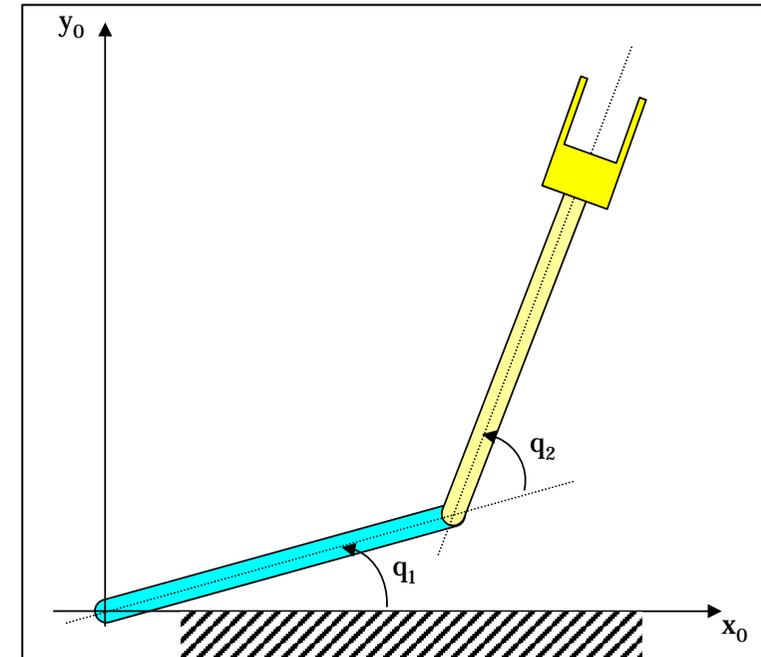
Trouver le Jacobien pour le robot 2ddl plan.
Considérez que chaque lien est de longueur l_i .

- supposez $l_1 = l_2 = 350$ mm,
- la résolution du capteur est de 0.002 degrés,
- la précision du réglage est de 0.02 degrés,

1. A quel robot, ce dernier vous fait penser?
2. Quelles sont les vitesses maximales obtenues au niveau des moteurs à vitesse opérationnelle max de 1m/sec?
3. Quelles sont les précisions obtenues au niveau du préhenseur ?

Attention, faire la distinction entre précision et résolution !!!

Refaire les calculs pour $l_1 = l_2 = 150$ mm,

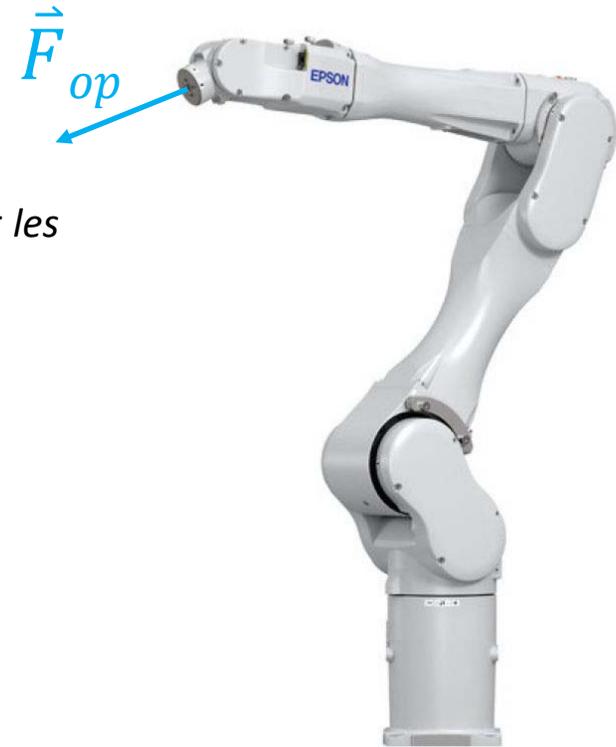


Relation entre les forces articulaires et opérationnelles

$$\Gamma_{art} = J^T \cdot F_{op}$$

Cette relation permet de projeter la force appliquée au niveau de l'outil sur les différents couples nécessaires au niveau de chaque articulation.

$$\Gamma_{art} = \begin{Bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \dots \\ \Gamma_6 \end{Bmatrix} = J^T \cdot \vec{F}_{op}$$



Γ_i ($i = 1..6$) sont les couples articulaires

Applications simples :

- *Mesure des couples articulaires si capteur de force au niveau de l'outil.*
- *Mesures de la force terminale si capteurs au niveau articulaire*

Exemple,

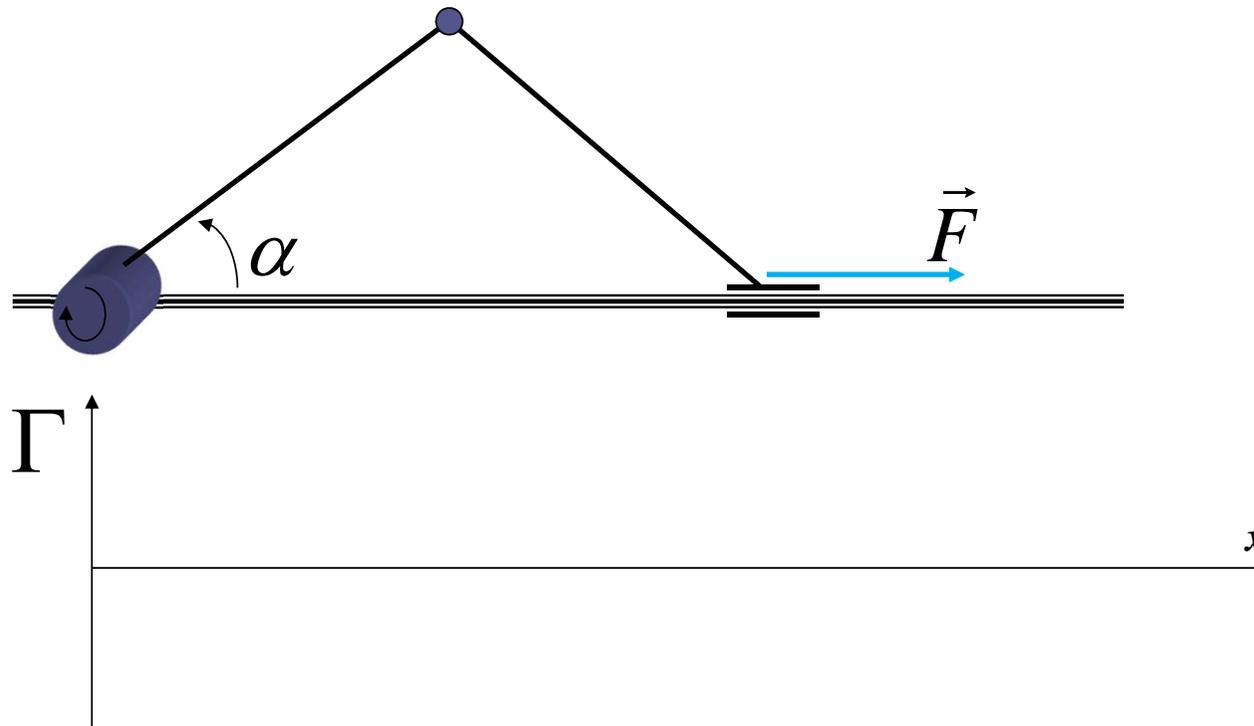
contrôle de la force de flexion-extension d'une personne par électrostimulation musculaire.



Relation entre les forces articulaires et opérationnelles

Exercice

Trouvez le couple \mathbf{G} à appliquer au niveau du moteur pour réaliser une force \mathbf{F} à la sortie de l'axe linéaire de la figure suivante:



Singularités

$$\dot{X} = J \cdot \dot{q} \quad \Rightarrow \quad \dot{q} = J^{-1} \cdot \dot{X}$$



$$\underline{\det(J) = 0} \Rightarrow$$

singularités

Savoir où se trouvent les singularités dans le volume de travail est important car:

- A la position singulière,
 - Si c'est un **robot sériel**, le robot **perd un (ou plusieurs) degrés de liberté**
 - Si c'est un **robot parallèle**, cela **fait apparaître un (ou plusieurs) degrés de liberté** et le robot devient non rigide.
- La transformation de coordonnées inverse possède parfois un nombre infini de solutions.
- A proximité d'une singularité, de petites vitesses dans l'espace cartésien peuvent conduire à de très grandes vitesses dans les articulations donc induit des difficultés à réaliser de tels mouvements.

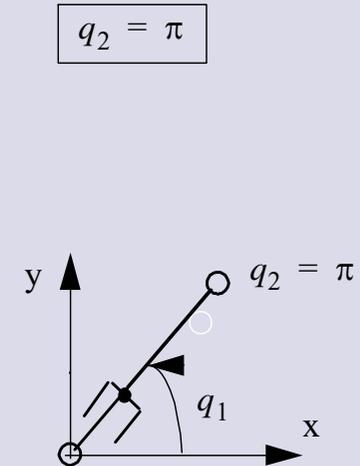
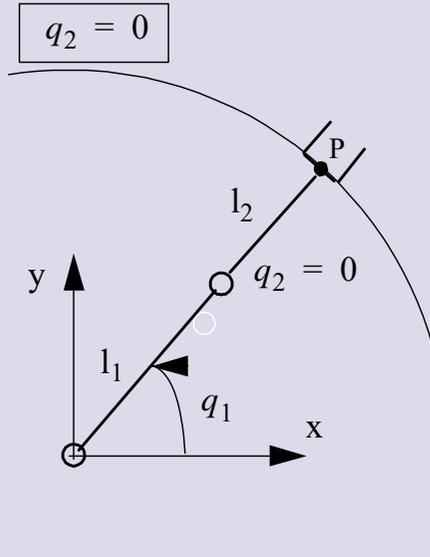
Exemple, robot RR

$$J^{-1} = \frac{1}{l_1 l_2 \sin q_2} \begin{bmatrix} l_2 \cos(q_1 + q_2) & l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ -l_1 \cos q_1 - l_2 \cos(q_1 + q_2) & -l_1 \sin q_1 - l_2 \sin(q_1 + q_2) \end{bmatrix}$$

$$l_1 l_2 \sin(q_2) = 0 \quad \Rightarrow \quad q_2 = k \cdot \pi, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

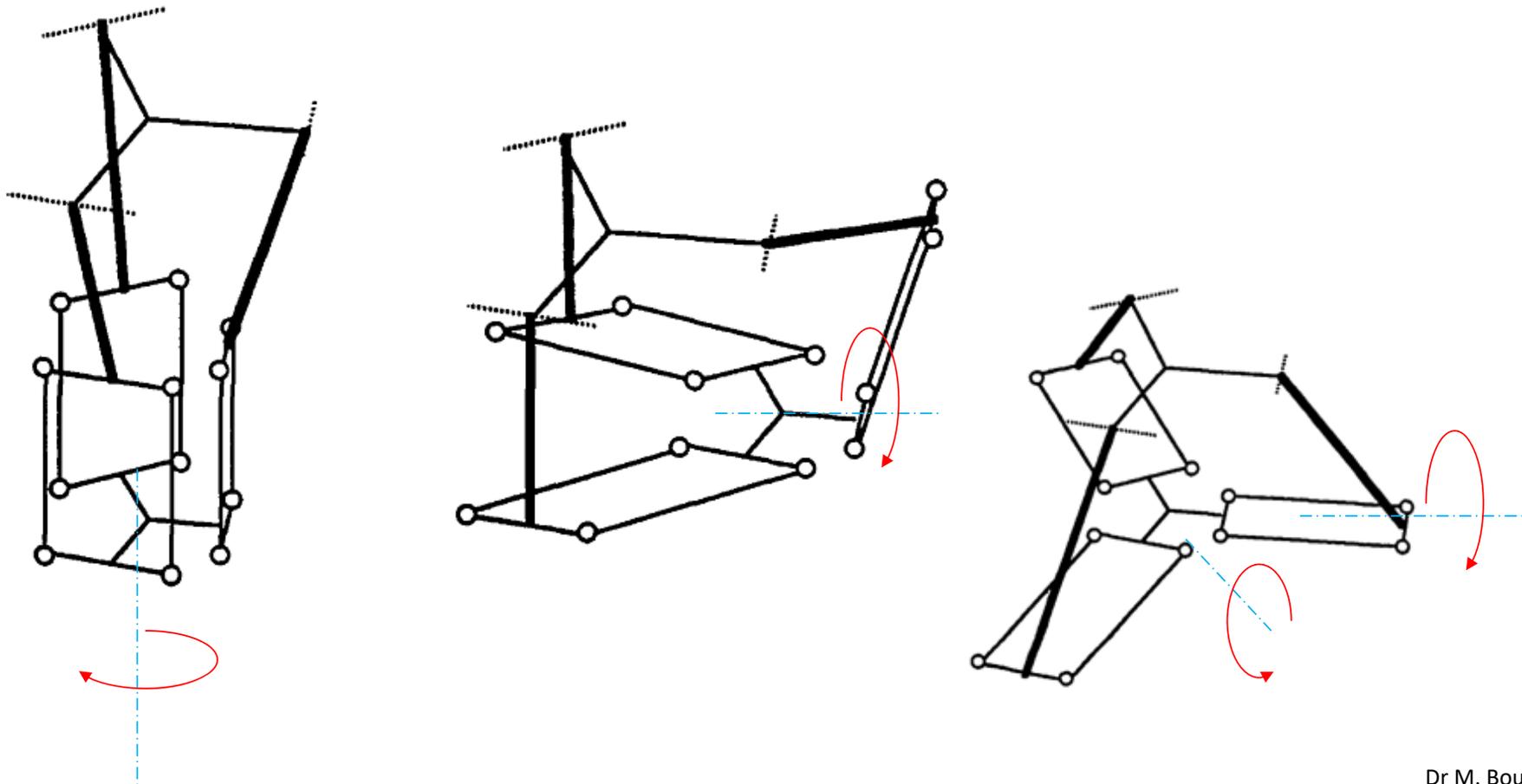
-> Elles se situent sur les bords du volume de travail du robot.

-> Sur ces singularités, le robot perd un degré de liberté.



Exemple de singularités du robot Delta

Degrés de liberté non bloqué



Etude d'un cas de microrobots: le Sigma 6

Sigma 6:

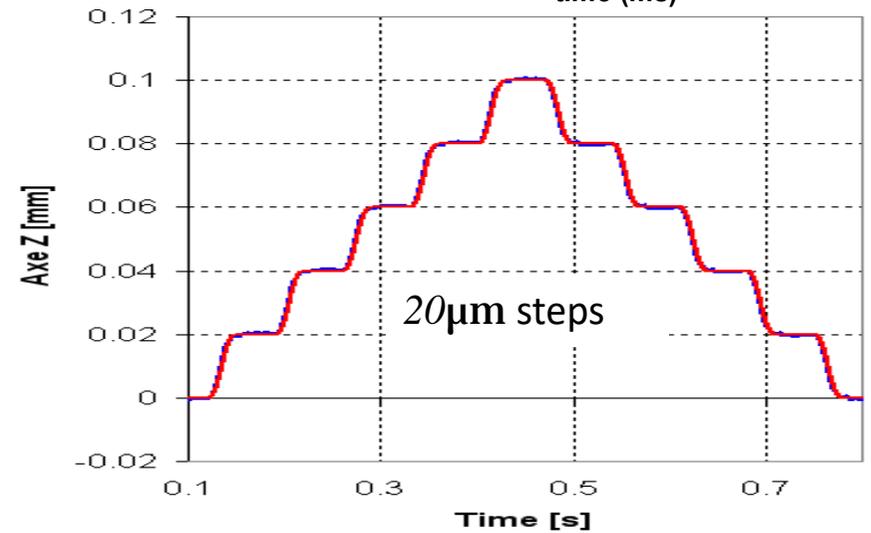
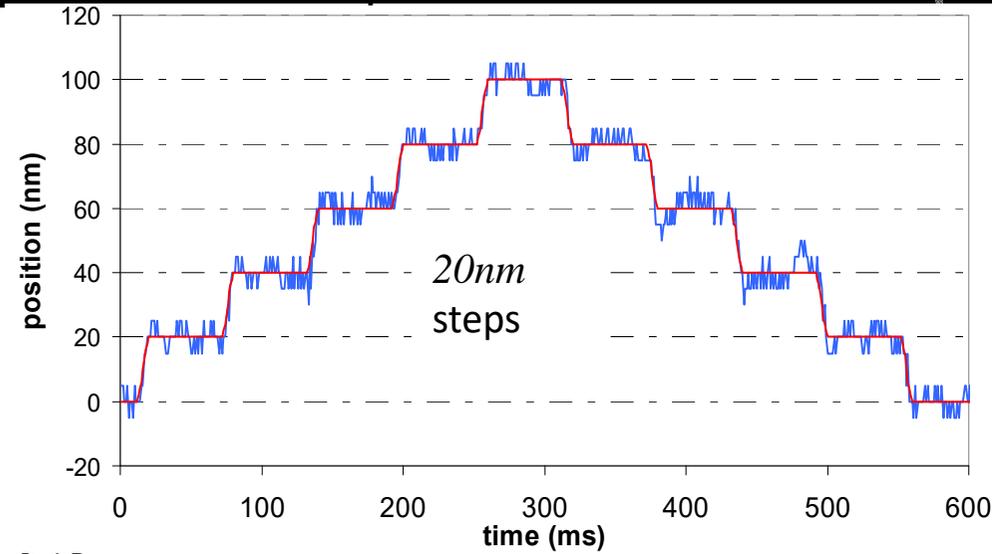
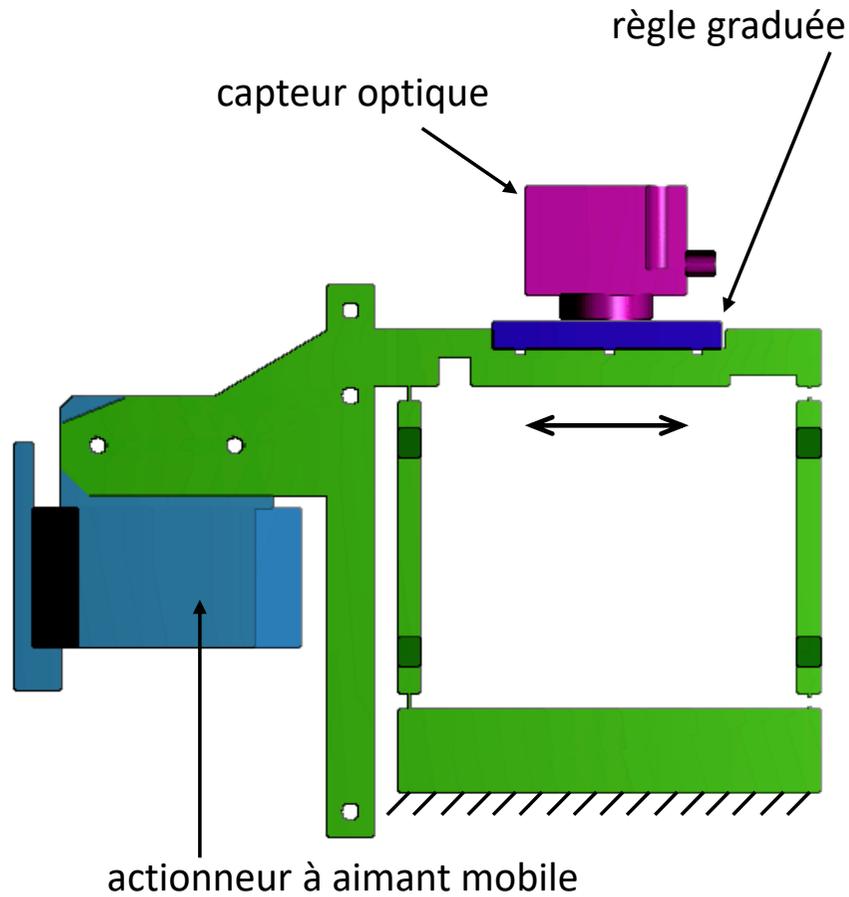
6 DOFs

**Dynamic ultrahigh precision
positioning and scanning robot**



Patented

Prototype guidage à lames flexibles à 1ddl

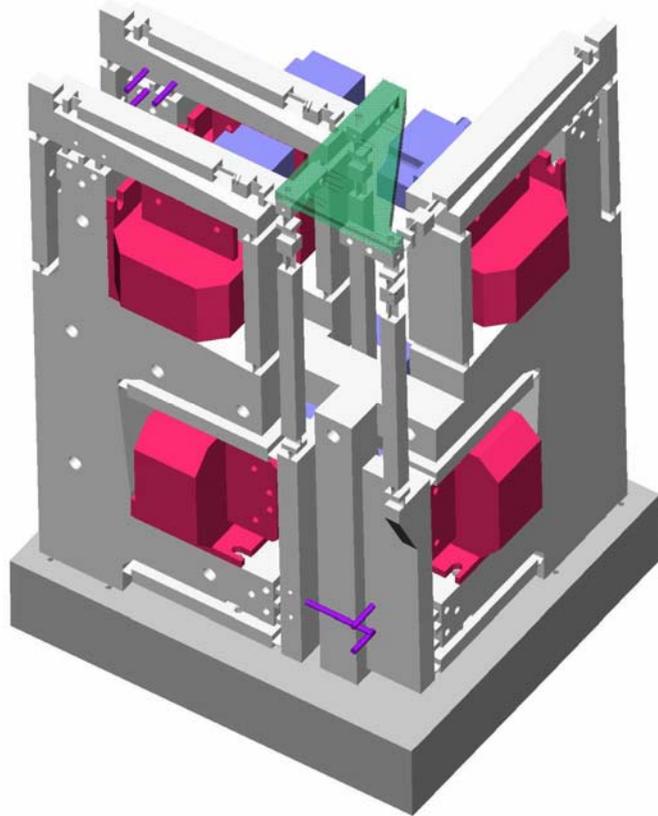


— Measured position — Desired position

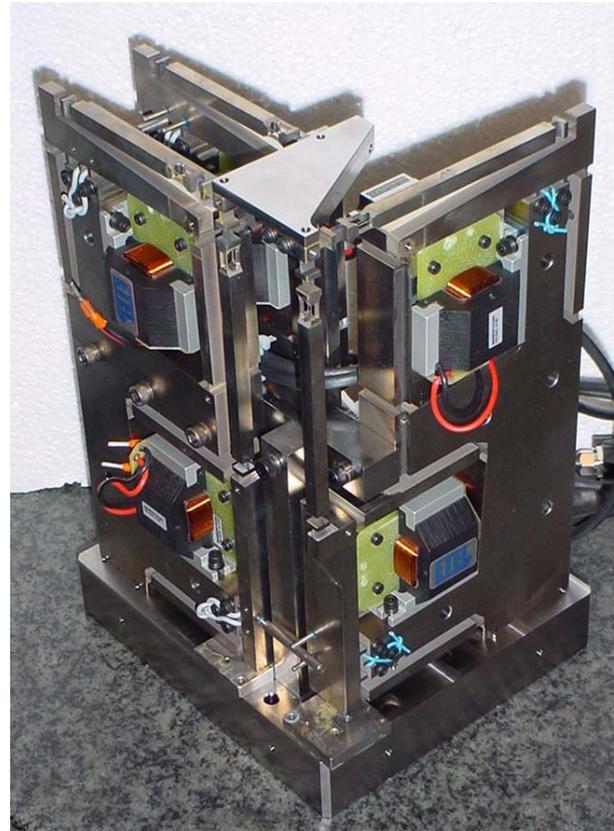
octobre 2018

Sigma6

CAO



Prototype



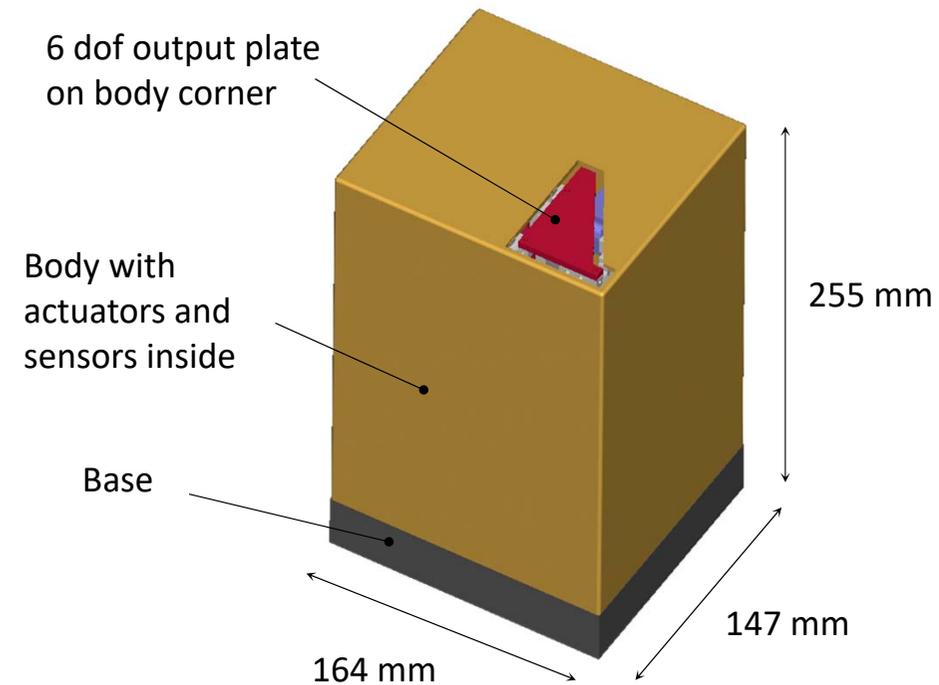
Spécifications

SIGMA 6 characteristics

- Translations x,y,z of 9mm each
- Rotations qx,qy,qz of 10°
- High resolution (5nm and 100 nanoradians)
- High usable bandwidth (>200 Hz)
- Up to 20 N of force in each direction
- Total volume of only ~6dm³

Applications

- Fiber alignment
- Scanning
- Measuring forces and torques
- Ultra high precision positioning and assembly
- ...



Sigma 6 prototype

Modèles géométriques

Robot à cinématique parallèle à 6ddl

ESPACE OPERATIONNEL

$$\vec{p} = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix}$$

$$\vec{\theta} = \begin{pmatrix} \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{pmatrix}$$

ESPACE ARTICULAIRE

$$\vec{q} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{pmatrix}$$

analytique ok



MGD



*solution numérique par
méthode Newton-Raphson*

basée sur le Jacobien

Modèle géométrique inverse

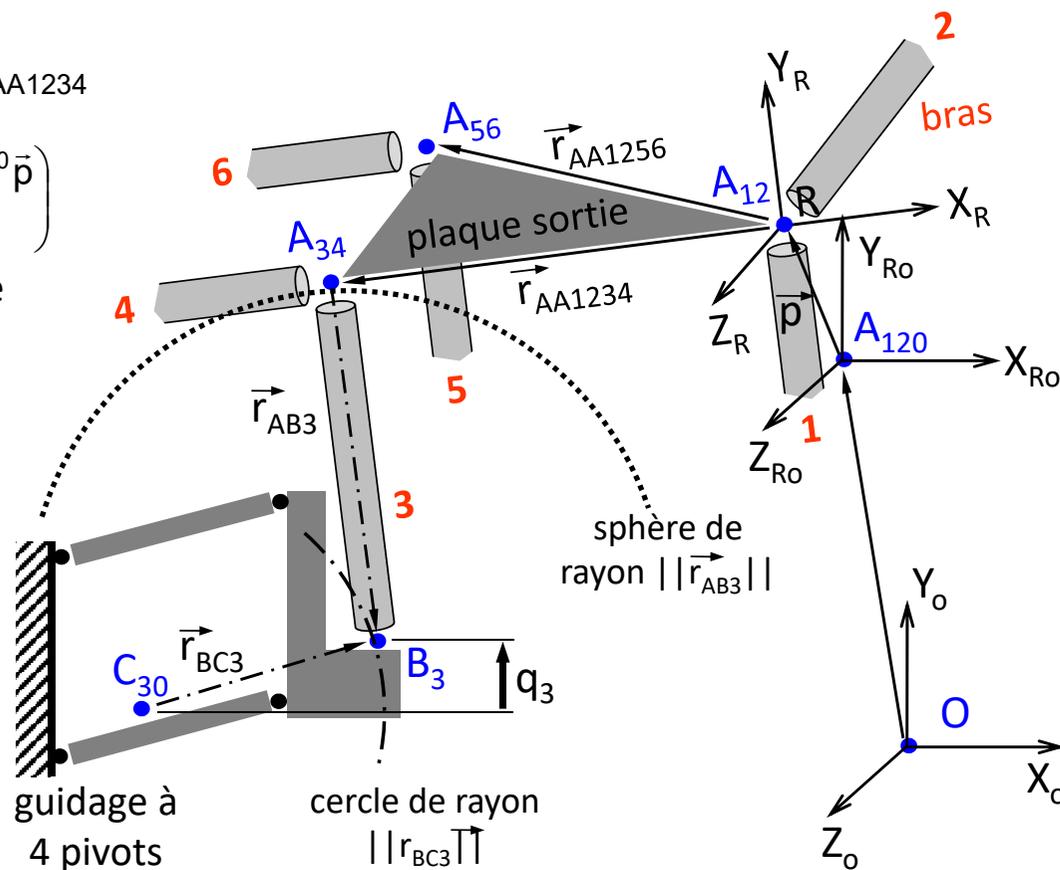
- 3 Aij avec mat. homogènes

$$\begin{aligned} \overset{\text{réf}0}{\vec{A}}_{34} &= \overset{\text{réf}0}{\text{réf}R0} \mathbf{T} \cdot \underbrace{\overset{\text{réf}R0}{\text{réf}R} \mathbf{T}} \cdot \vec{r}_{AA1234} \\ &= \begin{pmatrix} \overset{\text{réf}R0}{\text{réf}R} \mathbf{R}(\vec{\theta}) & \overset{\text{réf}R0}{\text{réf}R} \vec{p} \\ \vec{0}^T & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

- 6 Bi résol. éq. sphère/cercle

$$\begin{cases} \|\vec{A}_{34} - \vec{B}_3\|^2 = \|\vec{r}_{AB3}\|^2 \\ \|\vec{B}_3 - \vec{C}_{30}\|^2 = \|\vec{r}_{BC3}\|^2 \end{cases}$$

- 6 qi en fonction des Bi



Modèle géométrique direct

Méthode itérative Newton-Raphson

$\hat{\vec{q}}_k$ est la valeur estimée de \vec{q} la k-ième itération

\vec{q} est l'entrée connue et J la matrice Jacobienne (ici constante)

$$\begin{pmatrix} \hat{\vec{p}} \\ \hat{\vec{\theta}} \end{pmatrix}_{k+1} = \begin{pmatrix} \hat{\vec{p}} \\ \hat{\vec{\theta}} \end{pmatrix}_k + \mathbf{J} \cdot (\vec{q} - \hat{\vec{q}}_k) \quad \text{avec} \quad \hat{\vec{q}}_k = \text{MGI} \begin{pmatrix} \hat{\vec{p}} \\ \hat{\vec{\theta}} \end{pmatrix}_k$$

$k=k+1$ jusqu'à ce que $\|\vec{q} - \hat{\vec{q}}_k\| \leq \varepsilon$

$\begin{pmatrix} \hat{\vec{p}} \\ \hat{\vec{\theta}} \end{pmatrix}_k$ pour $k=0$ est la dernière position calculée (i.e. au $t_{\text{échant.}}$ précédent)

erreur initiale de $\vec{p}_{\text{estimé}}$	5 mm	1 mm	100 μm	10 μm	1 μm	100 nm	10 nm
nombre d'itérations pour erreur finale $\Delta\vec{q} < 1\text{nm}$	8	7	6	5	4	3	2

Utilités du Jacobien – résumé important

1. Reliant les vitesses articulaires aux opérationnelle, il peut donner une information importante sur les vitesses nominales et maximales des moteurs à choisir. C'est une **matrice de réduction ou de transmission**,
2. Il est aussi appelé **matrice de sensibilité** car permet de connaître la sensibilité au niveau de a sortie connaissant celles des articulations (moteurs+transmission locale),
3. Permet la **projection des forces** entre les deux espaces articulaires et outil,
4. Permet de connaître et de maîtriser les singularités du robot. Il est aussi appelé **matrice de stabilité**.
5. Permet **d'inverser numériquement** le modèle géométrique directe (ie. par l'utilisation de la méthode de Newton-Raphson) pour obtenir le modèle géométrique inverse (ou vice-versa) .
6. Peut être utilisé en contrôle dans plusieurs schémas de **commande**.
7. Utile pour la modélisation dynamique.

Annexe:

Non obligatoire

Jacobien géométrique ou parfois *Jacobien de base*.

- Il ne dépend pas du mode de représentation des orientations de l'organe terminal.
- Il est ainsi **unique**.

- ω_x , est la composante du vecteur rotation selon l'axe x .
- ω_y , est la composante du vecteur rotation selon l'axe y .
- ω_z , est la composante du vecteur rotation selon l'axe z .

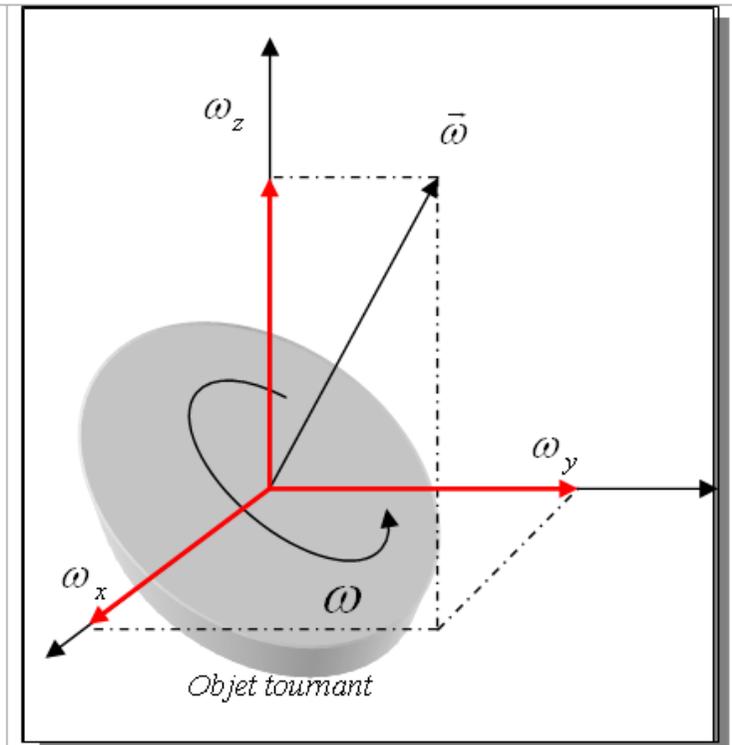


Figure 2.2.6, composantes vectorielles d'une rotation

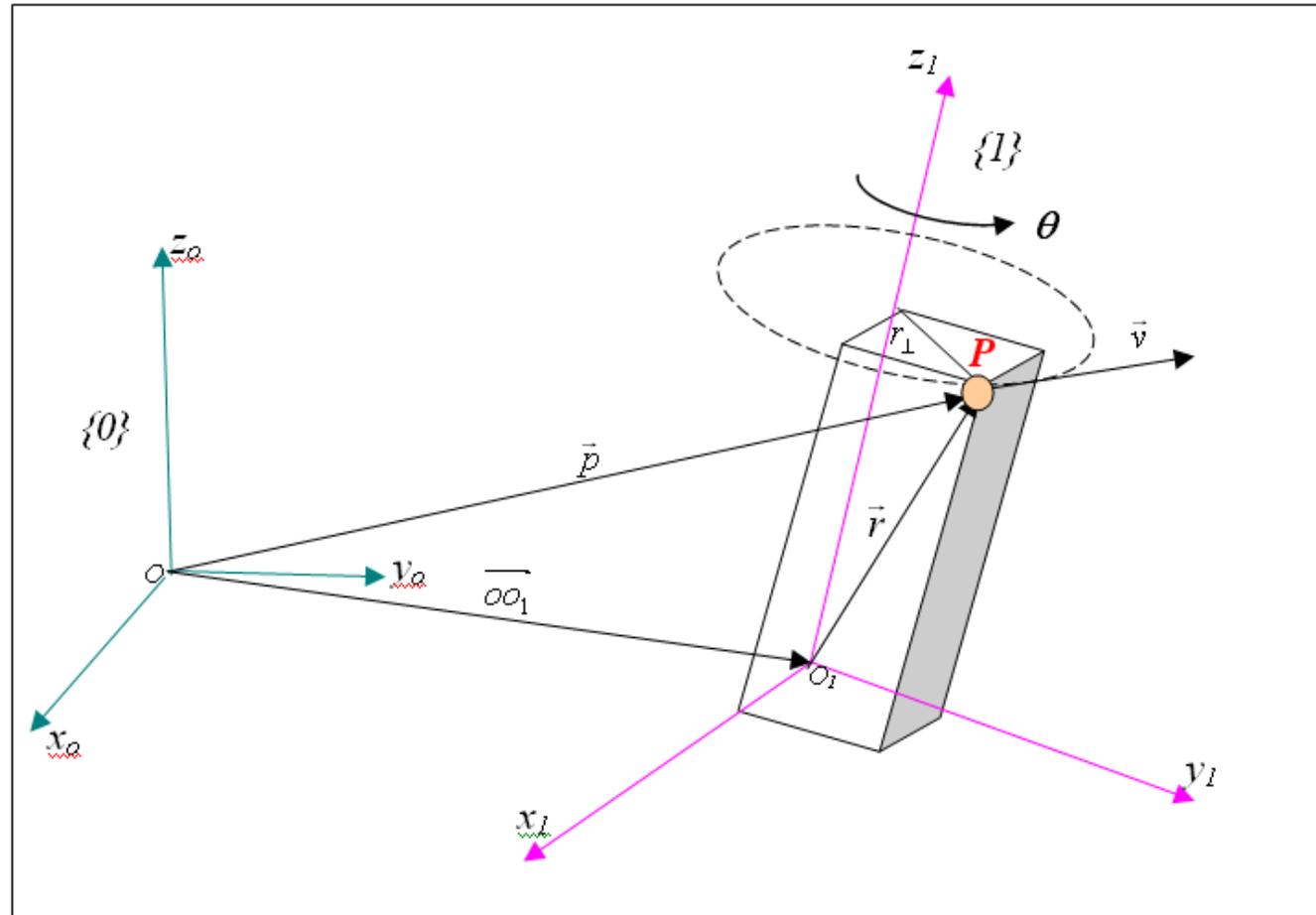
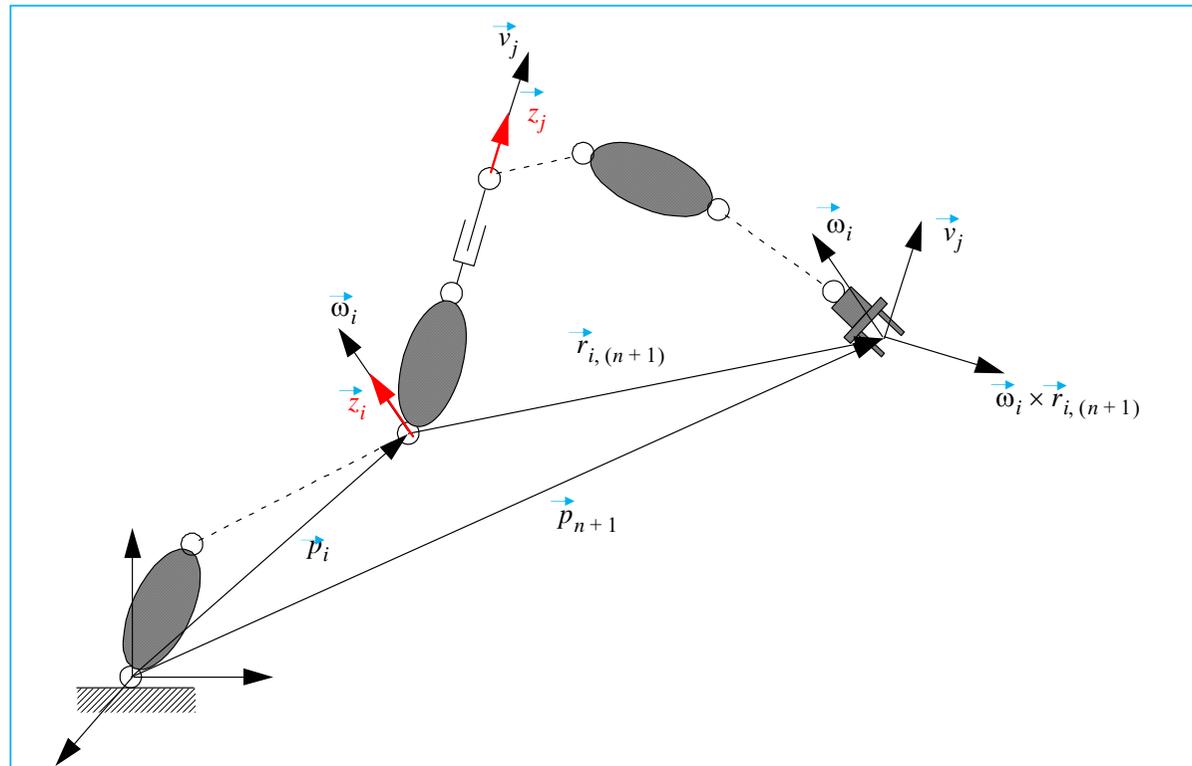


Figure 2.2.5, mouvement combiné d'un corps rigide $\{1\}$ par rapport au repère de base $\{0\}$

Méthode géométrique ou vectorielle

$$\begin{cases} \vec{v}_i = \varepsilon_i \dot{q}_i \vec{z}_i \\ \vec{\omega}_i = (1 - \varepsilon_i) \dot{q}_i \vec{z}_i \end{cases} \quad \text{Avec, } \varepsilon_i = \begin{cases} 0 & \text{pour une articulation rotoïde} \\ 1 & \text{pour une articulation prismatique} \end{cases}$$

\vec{z}_i donne la direction du mouvement selon l'articulation (serrage d'une vis si articulation rotoïde).



Méthode géométrique ou vectorielle

Ou'en est il de la contribution du mouvement d'une articulation sur l'organe terminal ?

Une articulation prismatique i contribue directement par une vitesse linéaire \vec{v}_i . Par contre, une articulation rotoïde i tournant avec une vitesse rotative $\vec{\omega}_i$ donne lieu au niveau de l'organe terminal non seulement à une vitesse de rotation $\vec{\omega}_i$ mais aussi à une vitesse translationnelle $\vec{\omega}_i \wedge \vec{r}_{i,n+1}$ (équation 2.2.5). $\vec{r}_{i,n+1}$ est le vecteur liant l'origine du repère lié à l'articulation i à l'origine du repère lié à l'organe terminal.

Ainsi, la vitesse de l'organe terminal est obtenue en sommant toutes les contributions de chacune des articulations.

$$\left. \begin{aligned} \vec{v} &= \sum_1^n (\varepsilon_i \vec{z}_i + (1 - \varepsilon_i) \vec{z}_i \wedge \vec{r}_{i,n+1}) \cdot \dot{q}_i \\ \text{La vitesse rotative résultante, } \vec{\omega} &= \sum_1^n (1 - \varepsilon_i) \vec{z}_i \dot{q}_i \end{aligned} \right\} \vec{V} = \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = J(q) \cdot \dot{q}$$

$$J(q) = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \vec{z}_1 + (1 - \varepsilon_1) \vec{z}_1 \wedge \vec{r}_{1,n+1} & \cdots & \varepsilon_n \vec{z}_n + (1 - \varepsilon_n) \vec{z}_n \wedge \vec{r}_{n,n+1} \\ (1 - \varepsilon_1) \vec{z}_1 & \cdots & (1 - \varepsilon_n) \vec{z}_n \end{bmatrix}$$

Méthode géométrique ou vectorielle

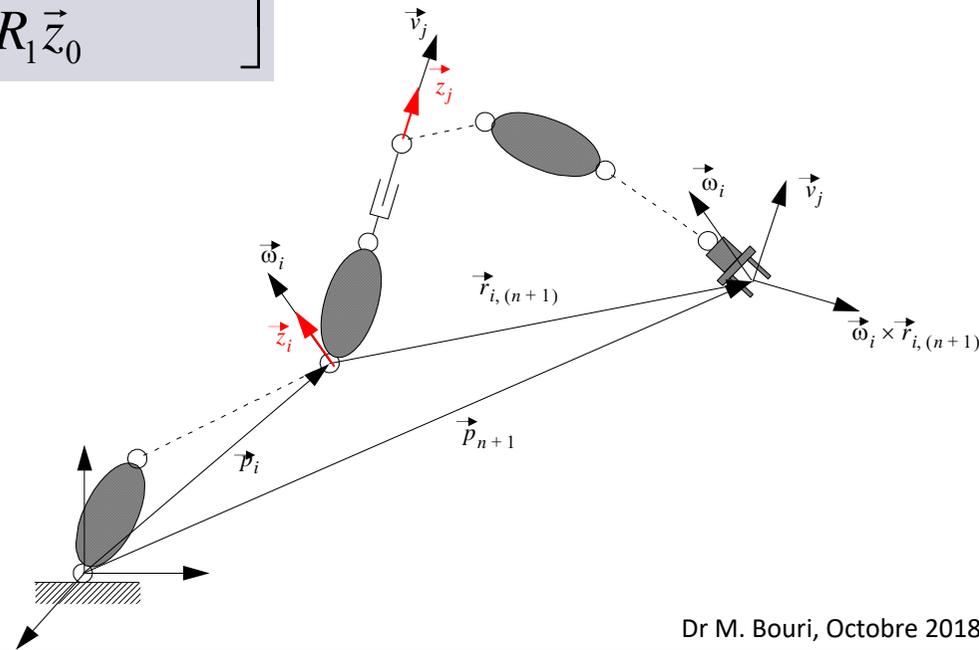
$$\vec{r}_{i,n+1} = \vec{p}_{n+1} - \vec{p}_i$$

$$J(q) = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \vec{z}_1 + (1 - \varepsilon_1) \vec{z}_1 \wedge (\vec{p}_{n+1} - \vec{p}_1) & \cdots & \varepsilon_n \vec{z}_n + (1 - \varepsilon_n) \vec{z}_n \wedge (\vec{p}_{n+1} - \vec{p}_n) \\ (1 - \varepsilon_1) \vec{z}_1 & \cdots & (1 - \varepsilon_n) \vec{z}_n \end{bmatrix}$$

$$J(q) = \begin{bmatrix} R_1(\varepsilon_1 \vec{z}_0 + (1 - \varepsilon_1) \hat{z} \cdot \vec{r}_{1,n+1}) & \cdots & R_n(\varepsilon_n \vec{z}_0 + (1 - \varepsilon_n) \hat{z} \cdot \vec{r}_{n,n+1}) \\ (1 - \varepsilon_1) R_1 \vec{z}_0 & \cdots & (1 - \varepsilon_n) R_1 \vec{z}_0 \end{bmatrix}$$

$$z_0 = [0 \quad 0 \quad 1]^T$$

$$\hat{z} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



Autre écriture

$$J(q) = \begin{bmatrix} J_P(q) \\ J_O(q) \end{bmatrix}$$

Nous écrivons alors,

$$J(q) = \begin{bmatrix} J_{P1}(q) & \cdots & J_{Pn}(q) \\ J_{O1}(q) & \cdots & J_{On}(q) \end{bmatrix}$$

Avec les colonnes de la matrices définies comme précédemment, ie.

$$\begin{bmatrix} J_{p1}(q) \\ J_{o1}(q) \end{bmatrix} = \begin{cases} \begin{bmatrix} \vec{z}_i \\ 0 \end{bmatrix} & \text{pour une articulation prismatique} \\ \begin{bmatrix} \vec{z}_i \wedge (\vec{p}_{n+1} - \vec{p}_i) \\ \vec{z}_i \end{bmatrix} & \text{pour une articulation rotoïde} \end{cases}$$

Question...

Est-ce qu'en robotique // , une translation produit uniquement une translation ?

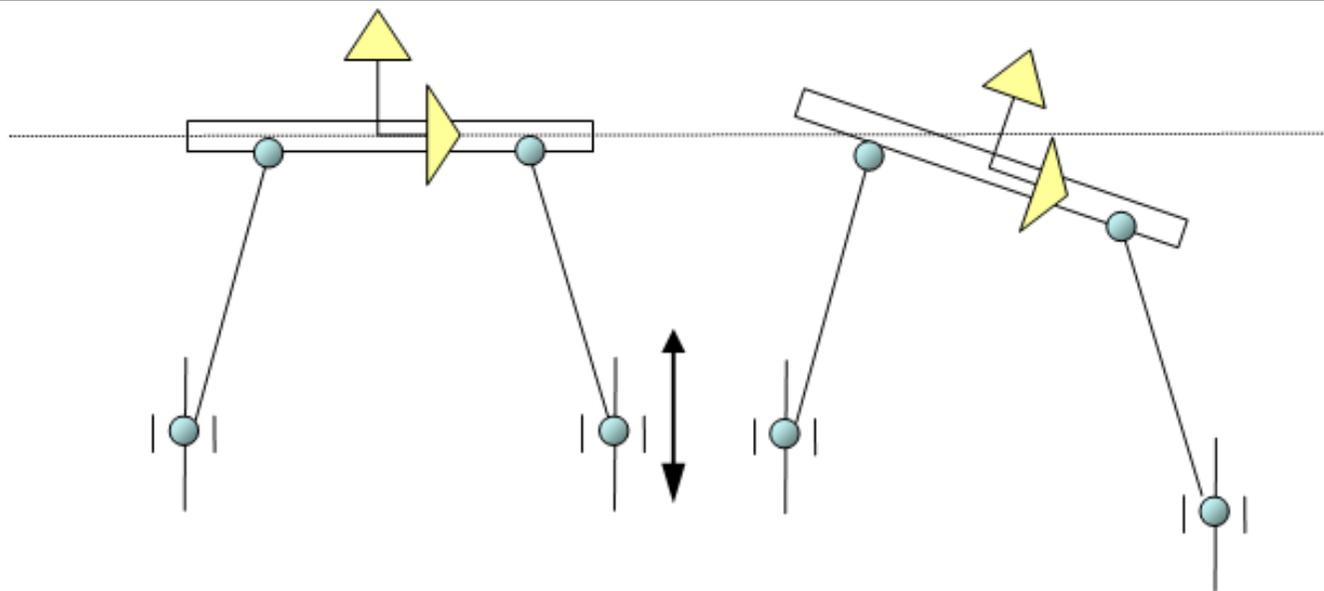


Figure 2.2.8, translation pure sur une structure parallèle à 2 ddl

Remarque importante

La méthode de construction de la Jacobienne géométrique traitée dans ce paragraphe n'est pas valable pour les robots parallèles.

Nous avons supposé que la chaîne cinématique était ouverte et qu'une pure translation au niveau d'une articulation prismatique induisait une pure translation au niveau de la sortie.

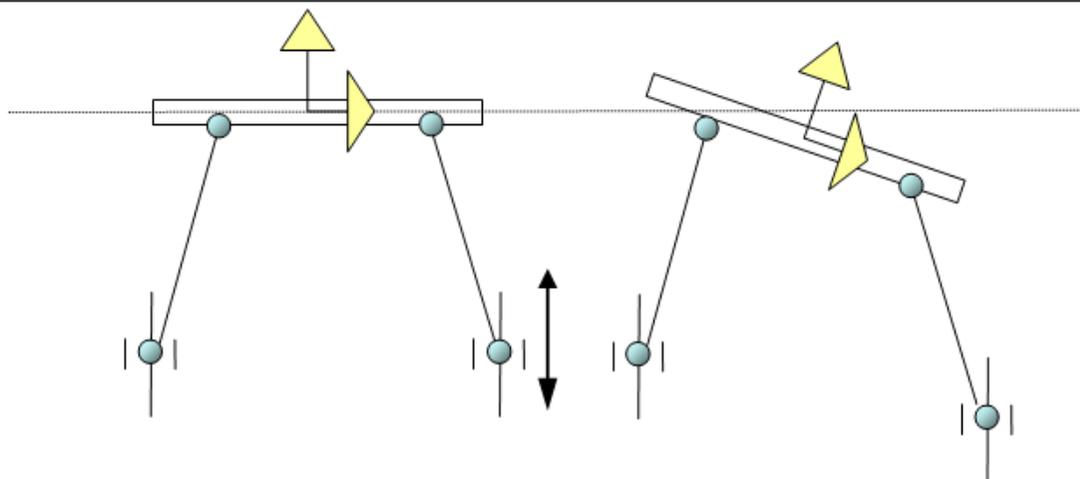


Figure 2.2.8, translation pure sur une structure parallèle à 2 ddl