

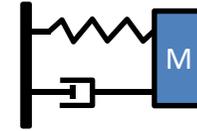
Introduction à la dynamique

Dr. Ing. Mohamed Bouri

IEEE Senior Member

EPFL, Laboratoire de Systèmes Robotiques

Part I



Qu'est-ce qu'une équation dynamique ?

$$y = ax \rightarrow \text{Statique/Dynamique ?}$$

$$F_{out} = \alpha F_{in} \rightarrow \text{Statique/Dynamique ?}$$

$$\ddot{x} = -\alpha \frac{dx}{dt} \rightarrow \text{Statique/Dynamique ?}$$

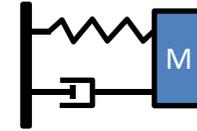
Nous parlons, d'évolution dynamique d'un système dans le temps



L'évolution concerne une ou plusieurs variables physique du système



Par opposition aux équations statiques et équations d'équilibre



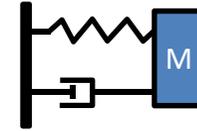
Une équation dynamique est une équation mettant en œuvre une évolution différentielle d'une variable, via **une équation différentielle** continue ou discrète.

$$F_{out} = \alpha F_{in}$$

est statique si cela représente l'équation d'un point d'équilibre

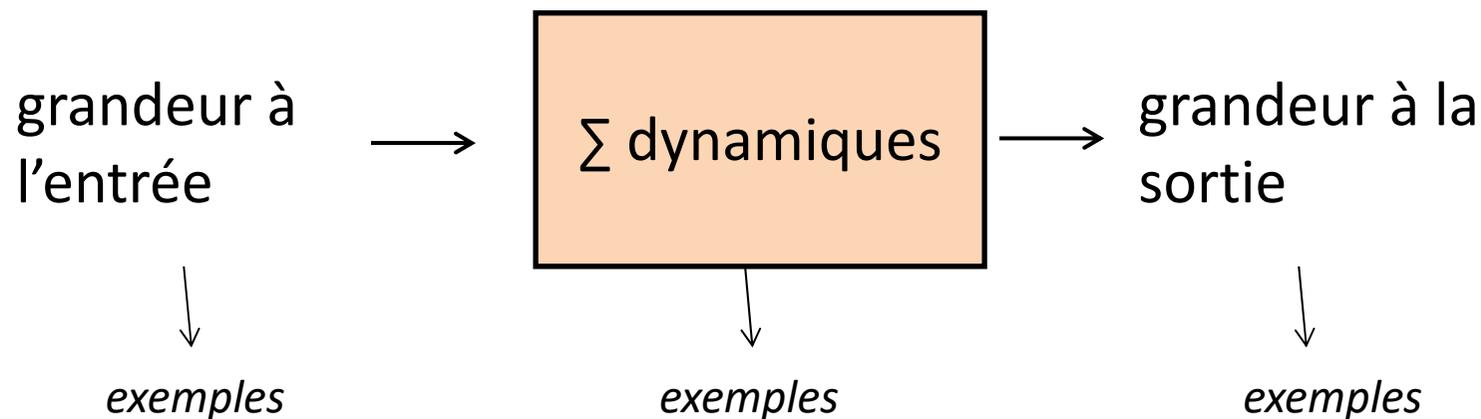
Attention,

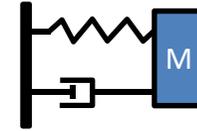
Faire la différence entre variable dynamique et équation dynamique.



Modélisation dynamique

La **modélisation dynamique** consiste en l'obtention des **équations différentielles** qui régissent l'évolution dans le temps d'une grandeur de sortie.





Equation des solides en TRANSLATION

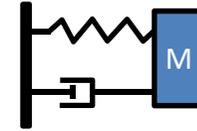
$$\sum F = ma$$

m : masse du solide

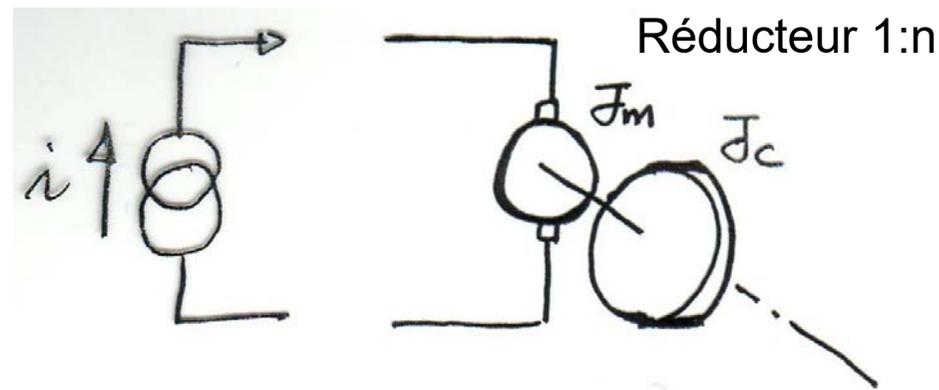
Equation des solides en ROTATION

$$\sum \Gamma = J_R \gamma$$

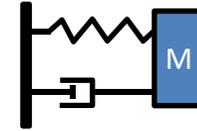
J_R : inertie ramenée
à l'axe moteur



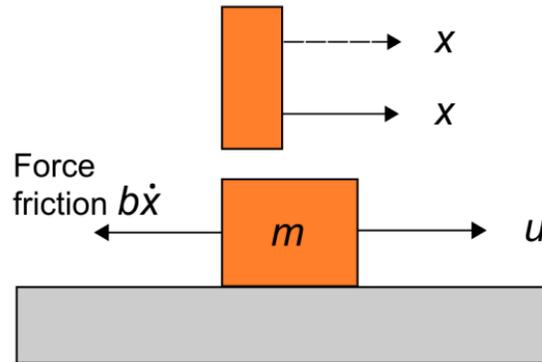
Exemple 1 : Moteur DC + charge



Ecrire les équations dynamiques de de système.



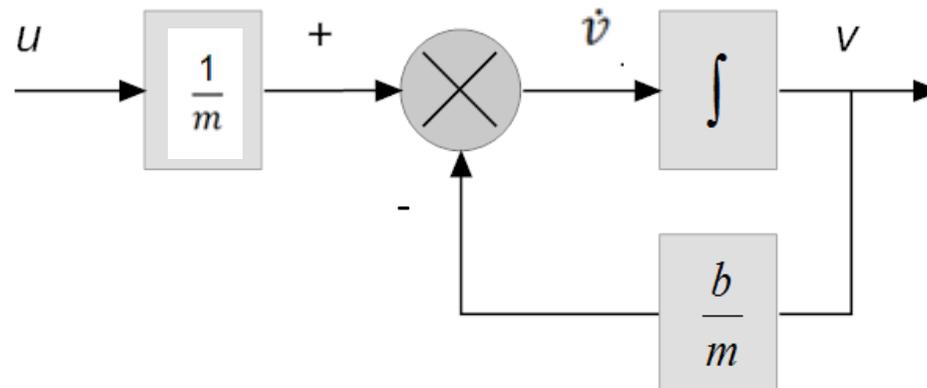
Exemple 2 : commande en vitesse

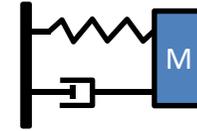


équations:

$$m\ddot{x} = u - b\dot{x} \quad \Rightarrow \quad \dot{v} + \frac{b}{m}v = \frac{u}{m}$$
$$\dot{x} = v$$

exercice:





Quizz...

- schéma bloc :

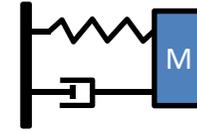
A quoi cela pourrait nous servir ?

- fonction de transfert :

Quel est l'ordre du système dynamique étudié ?

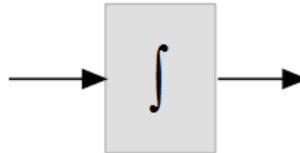
- quel serait la réponse indicielle ?

Parenthèse

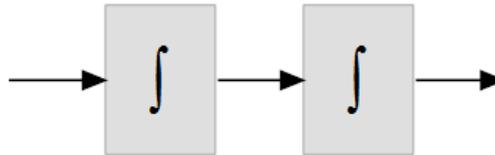


Σ dynamiques classiques

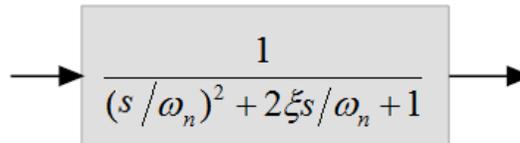
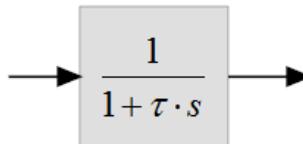
- Intégrateur



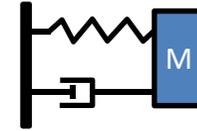
- Double Intégrateur



- Premier Ordre



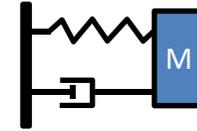
Question



Soit un système défini par le modèle dynamique suivant :

$$I\ddot{\theta} = \Gamma_{in} - mgl \sin \theta - b\dot{\theta}^2 \text{Sign}(\theta)$$

Déduire la fonction de transfert et décrire le schéma bloc!



Représentations dynamiques

Equations différentielles

- Linéaires / non linéaires

Equations d'Etat

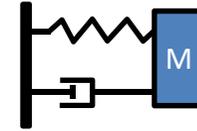
- Linéaires / non linéaires

Matrice de transfert

- Systèmes linéaires à plusieurs entrées et plusieurs sorties

Fonctions de transfert

- Systèmes linéaires
avec 1 entrée
1 sortie



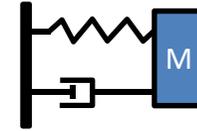
Exemples

• équation différentielle : $m\ddot{x} = F_m - b\dot{x} - F_0 - mgl \sin(\beta x)$

• fonction de transfert : $\frac{y}{u} = \frac{1}{1 + \tau s}$

• équation d'état : $\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -a & -b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u$

• équation d'état non linéaire $\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ -\sin x_1 + \frac{x_2^2}{2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u$

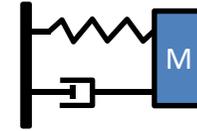


Matrice de transfert

Qu'est-ce que c'est que cette histoire ?

C'est l'histoire d'une matrice avec des
termes de transferts croisés...

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{T11}(s) & M_{T12}(s) & M_{T13}(s) \\ M_{T21}(s) & M_{T22}(s) & M_{T23}(s) \\ M_{T31}(s) & M_{T32}(s) & M_{T33}(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}$$



Quizz...

- Est-il possible de passer d'une représentation non-linéaire vers une représentation linéaire ?

Oui

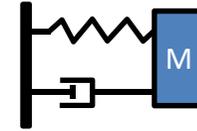
- Comment ?

Représentation
non-linéaire

linéarisation
tangente →

Représentation
linéaire

- A quoi cela servirait-il?
 - **Analyse des modes du système**
 - **Amélioration de la construction**
 - **Synthèse de régulateurs**



Représentations

