Corrigé 9 – Commande d'axe

23.11.2018

Solution 9.1 :

1- Quelle est la résolution en position au niveau de la charge ?

La résolution de position est : $R(\theta) = \frac{2\pi}{500 \ X \ 4 \ X \ 32} = \frac{360°}{64000} = \mathbf{0.005625°}$

2- Quelle est la résolution en vitesse si on dérive sur 1 ou 2 périodes d 'échantillonnage ?

La dérivation sur une période d'échantillonnage exprime la vitesse comme suit :

$$\omega(k) = \frac{\theta(k) - \theta(k-1)}{T_e}$$

La dérivation sur deux périodes d'échantillonnage exprime la vitesse comme suit :

$$\omega(k) = \frac{\theta(k) - \theta(k-2)}{2T_e}$$

Les résolutions sont ainsi respectivement données comme suit :

Résolution pour une dérivation sur 1 période Te	$R(k) = \frac{R(\theta)}{T_e}$	**R(*w*) = 5.625 °/s**
Résolution pour une dérivation sur 2 périodes Te	$R(k) = \frac{R(\theta)}{2T_e}$	**R(*w*) = 2.812 °/s**

Remarque :
La dérivation sur deux périodes d'échantillonnage donne une meilleure résolution de vitesse, le bruit de quantification à cause de la dérivation est ainsi plus faible. Cette alternative est un bon compromis quand nous désirons réduire le bruit de quantification sur la vitesse tout en maintenant une mesure de la position chaque période d'échantillonnage.

3- Le jeu du réducteur est d ’environ 0. 1 degrés. Qu’en pensez-vous ?

Le jeu du réducteur est très élevé par rapport à la résolution de position. Il faut absolument pré contraindre le jeu sinon le bruit de quantification de la vitesse induite par cette erreur liée au jeu explose. Faites le calcul !

4- Quel est le bruit de quantification sur le courant de commande ?

Ce moteur est commandé en courant par un contrôleur PD. La loi de courant de commande est donnée par l’expression suivante :

$$i = \boldsymbol{K_p} * err_{pos} + \boldsymbol{K_d} * \frac{derr_{pos}}{dt}$$

K_p et K_d sont les gains proportionnel et dérivateur du contrôleur PD.

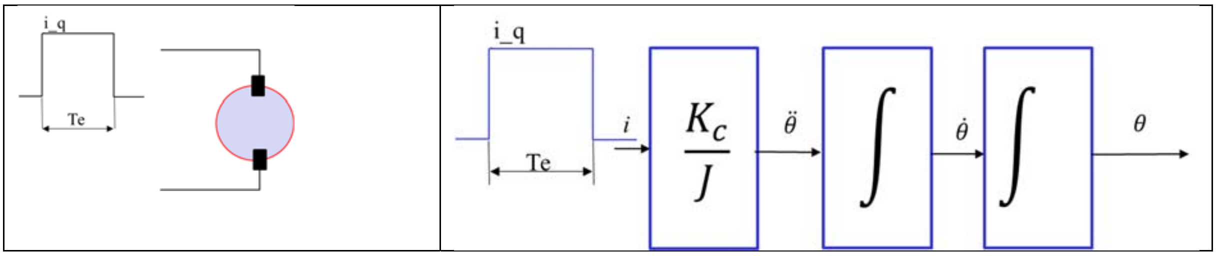
Le plus petit courant induit par le bruit sur la quantification sur la position et celui de la vitesse est alors donné comme suit :

$$\boldsymbol{i_q} = \boldsymbol{K_p} * Res_{pos} + \boldsymbol{K_d} * Res_{vit} = \boldsymbol{K_p} * (Res_{pos} + \boldsymbol{T_d} * Res_{vit})$$

<u>**Remarque :**</u> le bruit de quantification est la résolution numérique de la variable mesurée.

5- Quelle est le plus petit déplacement gérable dû à cette résolution de courant ?

Le plus petit déplacement gérable est celui induit par une entrée de courant $\boldsymbol{i_q}$.[1]



Sachant que le moteur est en boucle ouverte sur une période d’échantillonnage Te, le déplacement induit par un courant $\boldsymbol{i_q}$ correspond à la valeur de la position pour t = Te.

$$\dot{\theta}(t) = i_q * \frac{K_c}{J} * t \Rightarrow \theta(t) = i_q * \frac{K_c}{J} * \frac{t^2}{2}$$

Le plus petit déplacement gérable est $\theta(t = Te)$ soit $\boldsymbol{\theta_{min}} = \boldsymbol{i_q} * \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{2}}\frac{\boldsymbol{K_c}}{\boldsymbol{J}} * \boldsymbol{T_e^2}$

[1] Nous supposons que cette valeur est plus élevée que la résolution de courant de l’amplificateur de courant

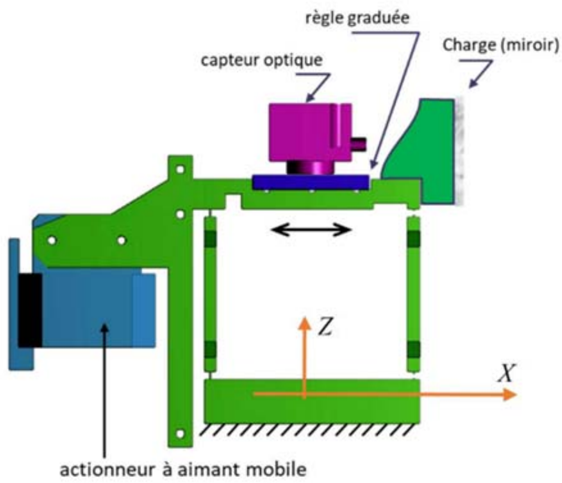
Solution 9.2 :

Le guidage à lames fonctionne comme un ressort libre dans la direction du mouvement X et rigide dans les autres directions.

En fixant l'axe X au point « zéro » du ressort (fig. ci-contre), la relation de Newton appliquée au mouvement s'écrit comme suit :

$$\sum F = F_m - K_r x = (M_g + M_l)\ddot{x}$$

Soit : $$K_f i - K_r x = (M_g + M_l)\ddot{x}$$



1. Réponse à un échelon de courant

Le modèle dynamique est donné comme suit :

$$K_f i = (M_g + M_l)\ddot{x} + K_r x$$

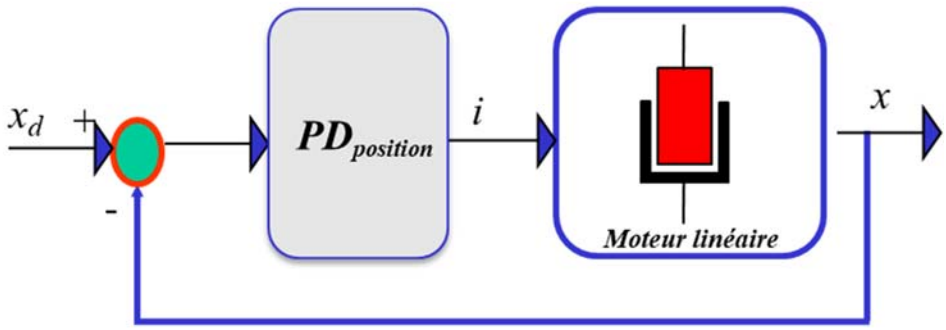
La fonction de transfert s'exprime comme suit

$$\frac{x}{i} = \frac{K_f}{(M_g + M_l)s^2 + k_r}$$

Cette fonction de transfert est de type $\frac{G}{s^2+b^2}$. Il s'agit d'un système purement oscillatoire.

La réponse est donc un sinus, ce qui s'explique par l'absence d'amortissement.

2. Bouclage PD :



3. Fonction de transfert de transfert boucle fermée :

$$K_f i = (M_g + M_l)\ddot{x} + K_r x$$

Soit donc en boucle fermée :

$$K_f\left(K_p(x_d - x) + K_p T_d \frac{dx_d}{dt} - K_p T_d \frac{dx}{dt}\right) = (M_g + M_l)\ddot{x} + K_r x\,; \qquad \frac{dx_d}{dt} = 0$$

$$K_f\left(K_p(x_d - x)\right) = K_r x\,;$$

Soit :

$$\frac{x}{x_d} = \frac{K_f K_p}{(M_g + M_l)s^2 + K_f K_p T_d s + (K_r + K_f K_p)}$$

Le gain statique n'est pas unitaire à moins que la raideur u contrôle soit très élevée, ce qui est le cas.

$$\frac{K_r + K_f K_p}{(K_f K_p)} = 1 + \frac{K_r}{K_f K_p}$$

Le terme en s est le terme d'amortissement qui stabilise le système de positionnement.