

Série 7

A préparer AVANT le cours :

Devoir 1.

Soit $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 < x^2 + y^2 < 4\}$. Calculer $\iint_D \frac{\sin(x^2 + y^2)}{2 + \cos(x^2 + y^2)} dx dy$.

Devoir 2.

Soit $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z < 2, x^2 + y^2 < 1, z > 0\}$. Calculer $\iiint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$.

Devoir 3.

Calculer $\iint_{\mathbb{R}^2} \frac{\ln(1 + x^2 + y^2)}{(1 + x^2 + y^2)^2} dx dy$.

A faire PENDANT et APRES le cours :

Exercice 1.

On considère les domaines suivants du plan :

$$D_1 = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}, \text{ et}$$

$$D_2 : \text{le parallélogramme de sommets } A = (0, 2), B = (1, 1), C = (3, 2), D = (2, 3).$$

Si $f(x, y) = y$, calculer $\iint_{D_j} f(x, y) dx dy$, $j = 1, 2$.

Exercice 2.

Soit $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 < (x-2)^2 + y^2 < 4, y > 0\}$. Calculer $\iint_D \cos(x^2 + y^2 - 4x + 4) \, dx dy$.

Exercice 3.

Soit $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 9x^2 + 4y^2 < 36, x > 0, y > 0\}$. Calculer $\iint_D x^2 y^4 \, dx dy$.

Exercice 4.

Calculer $\iiint_D \frac{dx dy dz}{(x + y + z + 1)^2}$ où D est le tétraèdre de sommets $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$.

Exercice 5.

Soit $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 < z^2, 0 < z < 3\}$. Calculer $\iiint_D z(x^2 + y^2) \, dx dy dz$.

Exercice 6.

Calculer $\iint_{\mathbb{R}^2} \frac{dx dy}{(1 + x^2)(1 + y^2)}$.

Exercice 7.

Calculer $\iint_{\mathbb{R}^2} e^{-x^2 - y^2} \cos(x^2 + y^2) \, dx dy$.