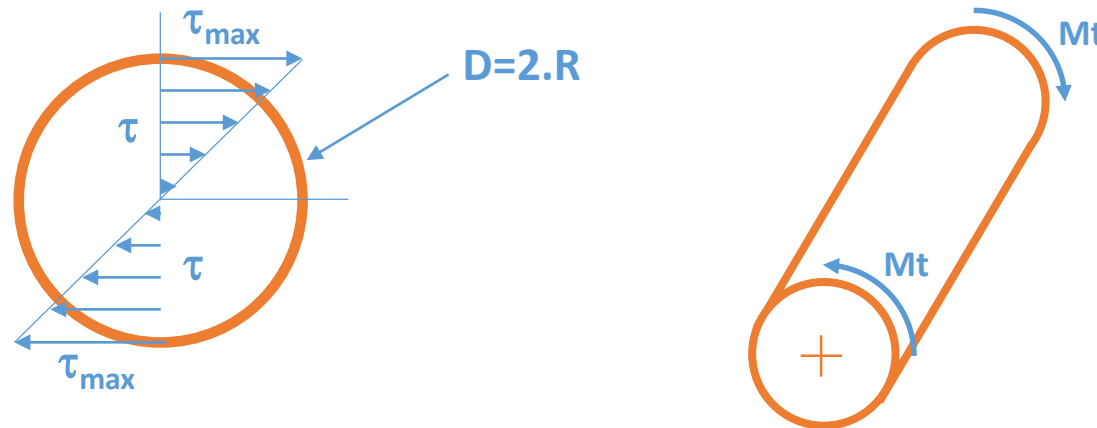
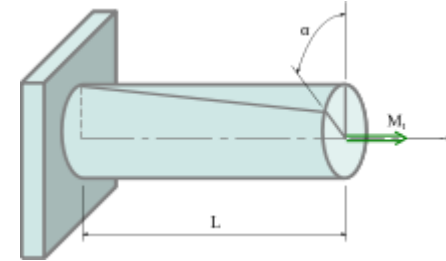


Résistance a la Torsion d'un Arbre

Contrainte tangentielle de Torsion (Mpa):

$$\tau = G\theta r = \frac{M_t}{I_0} r$$

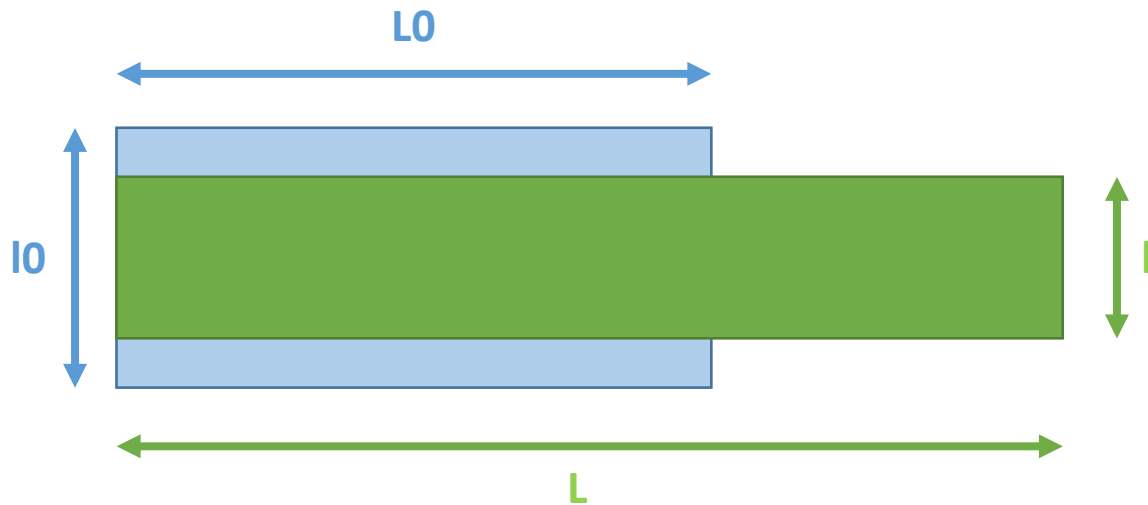
- r =Distance au centre de l'arbre (mm)
- θ =Angle unitaire (rad/ mm) = α / L
- G =Module d'élasticité transversal, de cisaillement, de glissement ou de Coulomb (MPa)
- I_0 =Moment quadratique polaire de la section (mm⁴)
- M_t =Moment de torsion (N.mm)



Sections	Caractéristiques
	$I_0 = \frac{\pi D^4}{32}$ $\frac{I_0}{R} = \frac{\pi D^3}{16}$
	$I_0 = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4)$ $\frac{I_0}{R} = \frac{\pi D^3}{16} - \frac{\pi d^3}{16}$

Module d'élasticité transversal, de cisaillement, de glissement ou de Coulomb

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$



E = Module d'élasticité longitudinal

ou Module d'Young (MPa=N/mm²)

G = Module d'élasticité transversal, de cisaillement, de glissement, de Coulomb (MPa=N/mm²)

ν = Coefficient de Poisson (adimensionnel)

=0.3-0.31 pour acier inox

=0.35 pour aluminium

$$\nu = - \frac{(l - l_0)/l_0}{(L - L_0)/L_0}$$

Contraction transversale

$$= - \frac{\text{Contraction transversale}}{\text{Allongement axial}}$$

Résistance a la Torsion d'un Arbre

Contrainte tangentielle maximale de Torsion (Mpa):

$$\tau_{max} = \frac{M_t}{I_0} R$$

- R=Rayon de l'arbre (mm)
- I_0 =Moment quadratique polaire de la section (mm^4)
- M_t =Moment de torsion (N.mm)

Condition de résistance a la torsion:

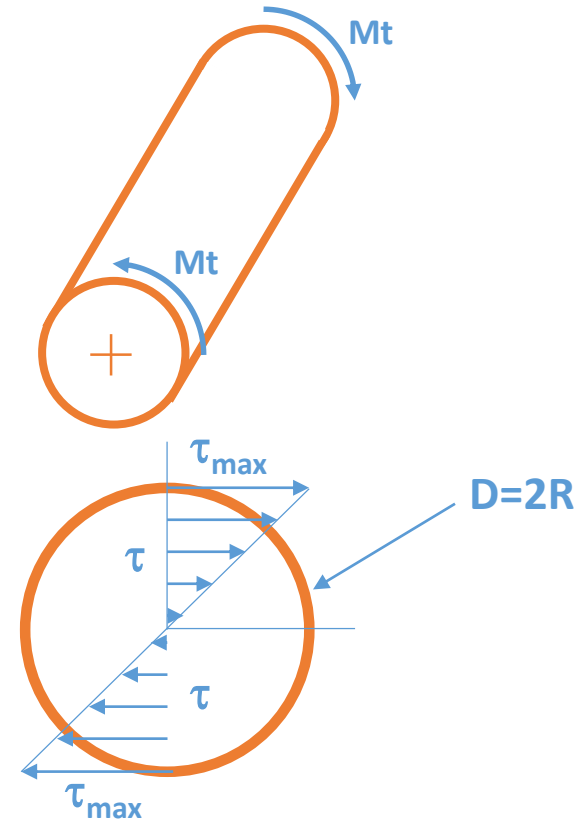
$$\tau_{max} < R_{eg}$$

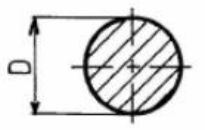
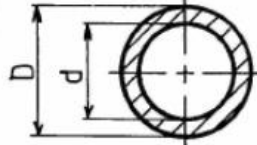
- R_{eg} =Résistance élastique au cisaillement/glisement (MPa)

Résistance élastique au cisaillement/glisement (MPa):

$$R_{eg} = \frac{R_e}{2}$$

R_e =Limite élastique (MPa)



Sections	Caractéristiques
	$I_0 = \frac{\pi D^4}{32}$ $\frac{I_0}{R} = \frac{\pi D^3}{16}$
	$I_0 = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4)$ $\frac{I_0}{R} = \frac{\pi D^3}{16} - \frac{\pi d^3}{16}$

Résistance a la Torsion d'un Arbre

Exemples de valeurs de R_e limite élastique (MPa)

Matière	Nuance	R_e (MPa)
Bois résineux courants	C18 à C30	18 à 30
Bois lamellé-collé	GL24 à GL32	24 à 32
Aluminium	Série 1000 à Série 7000	90 à 440
Acier de construction usuel non allié	S235 à S355	235 à 355
Acier au carbone trempé	XC 30 (C30)	350 à 400
Acier faiblement allié trempé	30 Cr Ni Mo 16 (30 CND 8)	700 à 1 450
ABS		45
PTFE		27
Delrin (acetal homopolymer)		76
Nylon 6/6 (extrudé)		79

Résistance a la Torsion d'un Arbre

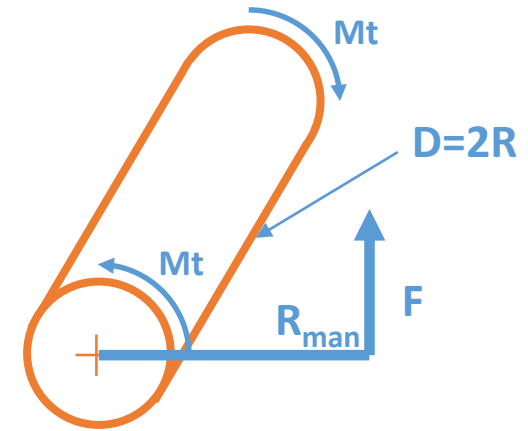
Exemple: Contrainte tangentielle maximale de Torsion (Mpa)

Rayon de la manivelle: $R_{man} = 10\text{cm}$

Force appliquée a la manivelle: $F = 1\text{kg} = 9.81\text{N}$

Moment appliqué a l'arbre par la manivelle: $M_t = F \cdot R = 0.981\text{N.m}$

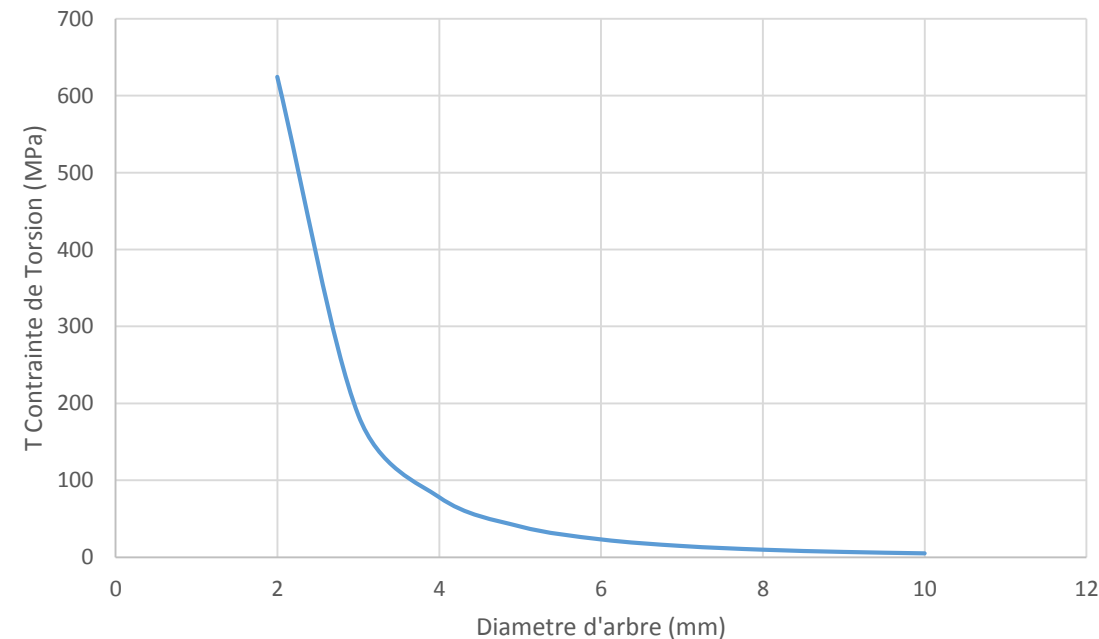
Rayon de l'arbre: $R =$ de 2mm a 10mm



Choisir le matériau en comparant la contrainte de torsion a la moitié de la limite élastique:

$$\tau_{max} < \frac{R_e}{2}$$

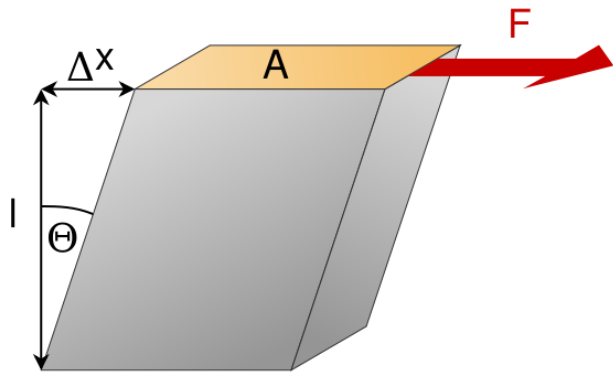
T Contrainte de Torsion(MPa) vs. Diametre d'arbre (mm)



Résistance au Cisaillement d'un Arbre, Goupille, Clavette, ...

$$\tau = \frac{F}{A} = G \times \theta$$

$$\theta = \frac{\Delta x}{l}$$



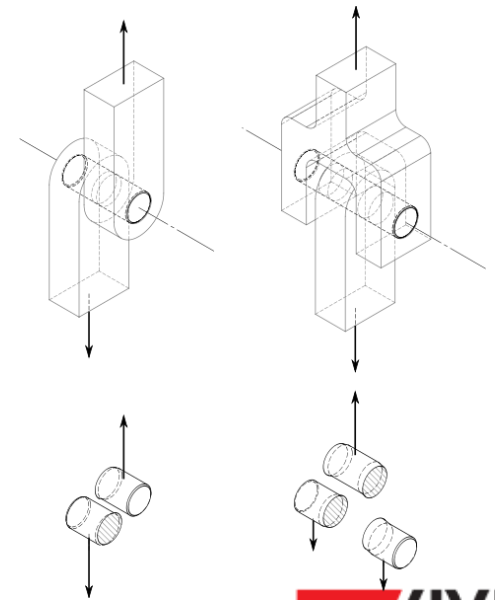
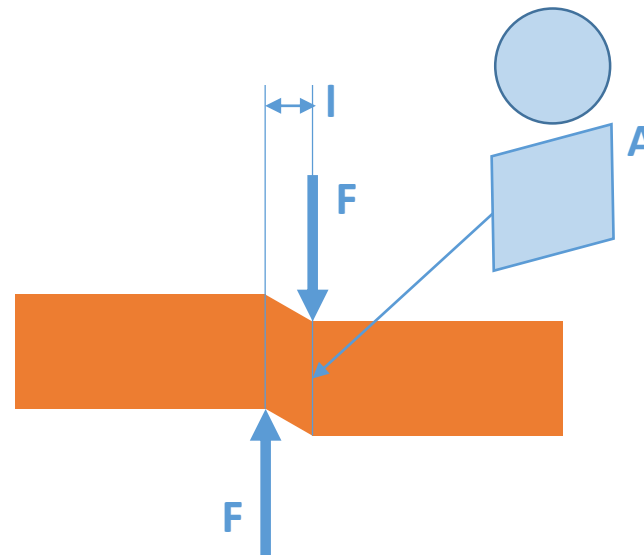
τ = Contrainte moyenne de cisaillement ou cission (MPa)

G = Module d'élasticité transversal ou de cisaillement (MPa=N/mm²)

θ = Variation de l'angle droit (rad)

F = Effort tranchant (N)

A = Section cisillée (mm²)



Résistance au Cisaillement d'un Arbre

- Contrainte de cisaillement (Mpa):

$$\tau = \frac{F}{A}$$

A=Section cisailée (mm²)

F=Effort tranchant (N)

- Condition de résistance au cisaillement:

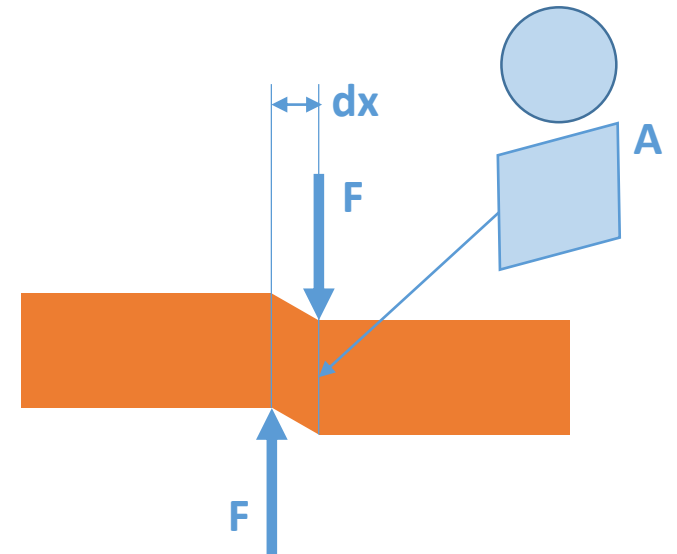
$$\tau < R_{eg}$$

R_{eg}=Résistance élastique au cisaillement/glissement (MPa)

- Résistance élastique au cisaillement/glissement (MPa):

$$R_{eg} = \frac{R_e}{2}$$

R_e=Limite élastique (MPa)



Rendements de Mécanismes



Rendement:

$$\eta = \frac{\text{Travail Sortie}}{\text{Travail Entree}} = \frac{W_S}{W_E}$$

Rendement Instantané:

$$\eta = \frac{\text{Puissance Sortie}}{\text{Puissance Entree}} = \frac{P_S}{P_E}$$

Par mécanisme:

Hélice

Engrenage (une paire de roues dentées droites)

Courroie crantée

Courroie plate

Courroie trapézoïdale

Roulement a bille

Rendement:

60 a 85% (hélice bipale, hélice couverture totale)

98%

98%

98%

70 a 96%

99%

Frottements dans un Roulement à Billes – selon SKF

Estimating the frictional moment

Under certain conditions, the frictional moment can be estimated with sufficient accuracy using a constant coefficient of friction μ . The conditions are:

- bearing load $P \approx 0,1 C$
- good lubrication
- normal operating conditions

The frictional moment under these conditions can be estimated using

$$M = 0,5 \mu P d$$

For radial needle roller bearings, use F or F_w instead of d .

where

M	=	frictional moment [Nmm]
μ	=	constant coefficient of friction for the bearing (see table 1)
P	=	equivalent dynamic bearing load [N]
d	=	bearing bore diameter [mm]
F	=	inner ring raceway diameter [mm]
F_w	=	diameter under the rollers [mm]

Constant coefficient of friction μ for open bearings

Bearing type	Coefficient of friction μ
Deep groove ball bearings	0,0015
Angular contact ball bearings	
– single row	0,0020
– double row	0,0024
– four-point contact	0,0024
Self-aligning ball bearings	0,0010
Cylindrical roller bearings	
– with a cage, when $F_a \approx 0$	0,0011
– full complement, when $F_a \approx 0$	0,0020
Needle roller bearings with a cage	0,0020
Tapered roller bearings	0,0018
Spherical roller bearings	0,0018
CARB toroidal roller bearings with a cage	0,0016
Thrust ball bearings	0,0013
Cylindrical roller thrust bearings	0,0050
Needle roller thrust bearings	0,0050
Spherical roller thrust bearings	0,0018

Frottements dans un Roulement a Billes – selon SKF

Exemple: Moment de frottement résistant dans un roulement a contact radial

Rayon de l'arbre supporté par le roulement: $R=2\text{mm}$

Longueur de l'arbre: $L=200\text{mm}$

Matière de l'arbre: Acier 304 masse volumique= 8000kg/m^3 $M_a=0.020\text{kg}$

Masse totale avec une roue dentée: $M=M_a+M_r=0.020+0.100=0.120\text{kg}$

Moment de frottement:

$M_f=0.5\mu Pd=0.5 \times 0.0015 \times 0.120 \times 9.81 \times 0.004=3.5 \cdot 10^{-6}\text{N.m}=0.0035\text{N.mm}$

Frottements dans un Roulement a Billes – selon SKF

Power loss and bearing temperature

The power loss in a bearing as a result of bearing friction can be estimated using

$$N_R = 1,05 \times 10^{-4} M n$$

where

N_R	=	power loss [W]
M	=	total frictional moment of the bearing [Nmm]
n	=	rotational speed [r/min]

The cooling factor W_s is defined as the heat being removed from the bearing per degree of temperature difference between the bearing and ambient. If the value of W_s is known, a rough estimate of the temperature increase in the bearing can be obtained using

$$\Delta T = N_R / W_s$$

where

ΔT	=	temperature increase [°C]
N_R	=	power loss [W]
W_s	=	cooling factor [W/°C]

Frottements dans un Roulement a Billes – selon SKF

Exemple: Puissance dissipée dans un roulement:

Vitesse de rotation=2tr/s=120tr/min

$$N_r = 1.05 \cdot 10^{-4} \cdot M_f \cdot n = 1.05 \cdot 10^{-4} \times 0.0035 \times 120 = 4.4 \cdot 10^{-5} \text{W}$$

Puissance disponible sur l'arbre – Exemple de l'arbre en torsion:

$$P = M_t \cdot \omega = 0.981 \text{N.m} \times 12.57 \text{rad/s} = 12.3 \text{W}$$

Rendement d'un roulement:

$$\eta = 1 - N_r / P = 99.999\%$$