

Etape 2: Partie Théorique

1. Etudier le concept à développer pendant le projet

2. Etablir le modèle physique du concept:

- Equations du mouvement
- Puissances
- Energies
- Rendements, ...

avec vos connaissances actuelles et recherchées.

3. Dimensionner le concept en fonction des résultats du modèle.

Entrée C_e, ω_e et/ou F_e, v_e **Sortie** C_s, ω_s et/ou F_s, v_s **Modèle:**

$$(C_s, \omega_s) = f(C_e, \omega_e)$$

Faire intervenir le temps dans les systèmes mécaniques synchronisés.

Puissance sans pertes :

$$P = C_e \times \omega_e = C_s \times \omega_s$$

Puissance Fluidique :

$$P = Q \cdot \Delta p$$

P = Puissance du fluide (W)

Q = Débit (m^3/s)

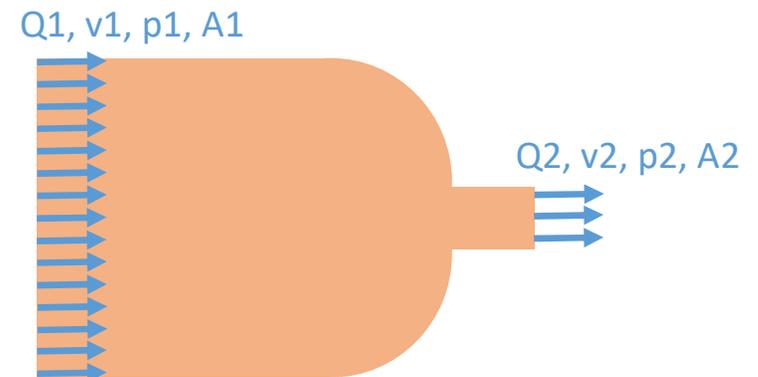
$\Delta p = p_2 - p_1$ = Différence de pression (Pa)

A_1 et A_2 = Aire d'écoulement fluide (m^2)

v_1 et v_2 = Vitesse d'écoulement fluide (m/s)

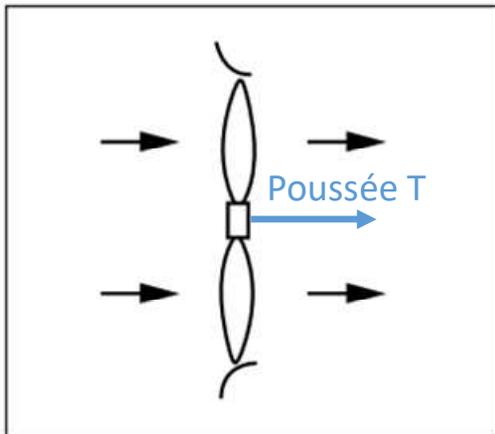
Conservation du débit:

$$Q = Q_1 = Q_2 = v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2$$



Théorie de Froude:

- L'hélice est un disque uniforme.
- Le disque hélice apparaît comme une hélice possédant une infinité de pales d'épaisseur infiniment petite.
- L'écoulement est irrotationnel.
- Le fluide est incompressible.
- Le disque hélice ne provoque pas de tourbillon hélicoïdal de sillage.
- Le flux est strictement axial et uniforme sur toute la surface du disque hélice ainsi que dans toute section de la veine fluide. Le flux est unidirectionnel.
- Les forces de friction sont négligées.



$$P = \sqrt{\frac{T^3}{2\rho A}}$$

P = Puissance nécessaire pour produire T (W)

T = Poussée (N)

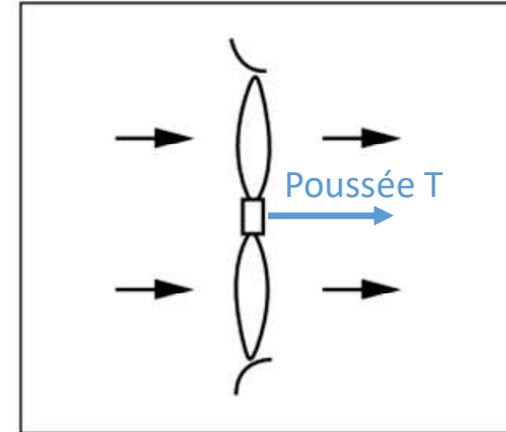
ρ = Densité de l'air (ou du gas)(kg/m³)

A = Aire de l'hélice (m²)

Théorie de Froude:

$$P = T v = T \times \sqrt{\frac{T}{2\rho A}} = \sqrt{\frac{T^3}{2\rho A}}$$

avec $v = \sqrt{\frac{T}{2\rho A}}$



P = Puissance nécessaire pour produire T (W)

T = Poussée (N)

ρ = Densité de l'air (ou du gas)(kg/m³)

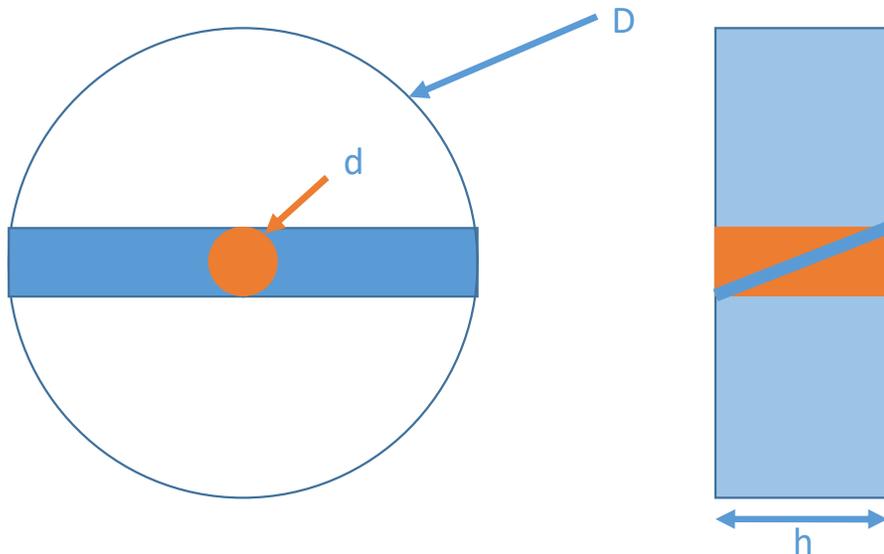
A = Aire de l'hélice (m²)

v = Vitesse du flux d'air (m/s)

Approximation du Débit d'une Hélice bipale:

- Le débit d'air d'une hélice est approximé par le volume d'air déplacé par l'hélice en fonction du temps.
- L'hélice est bipale et de section constante sur toute sa longueur.
- Approximation géométrique.
- L'écoulement est irrotationnel.
- Le fluide est incompressible.
- Le disque hélice ne provoque pas de tourbillon hélicoïdal de sillage.
- Le flux est strictement axial et uniforme sur toute la surface du disque hélice ainsi que dans toute section de la veine fluide. Le flux est unidirectionnel.
- Les forces de friction sont négligées.

Approximation du Débit d'une Hélice bipale:



- D = Diamètre extérieur de l'hélice (m)
- d = Diamètre du moyeu de l'hélice (m)
- h = Hauteur des pales de l'hélice (m)
- ρ = Densité de l'air (ou du gaz)(kg/m³)
- A = Aire décrite par l'hélice (m²) vue de dessus

Volume d'air (m³/tour) déplacé par un tour d'hélice = Volume du cylindre creux décrit par une pale:

$$V = A \times h \times n = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) \times h$$

Attention, valable pour des pales rectangulaires. A adapter aux autres profils d'aile et aux ventilateurs centrifuges.

Approximation du Débit d'une Hélice bipale:

Débit d'air (m^3/min) de l'hélice = Volume d'air déplacé par un tour d'hélice (m^3/tour) x N vitesse de rotation (tour/min):

$$Q = V \times N = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) \times h \times N$$

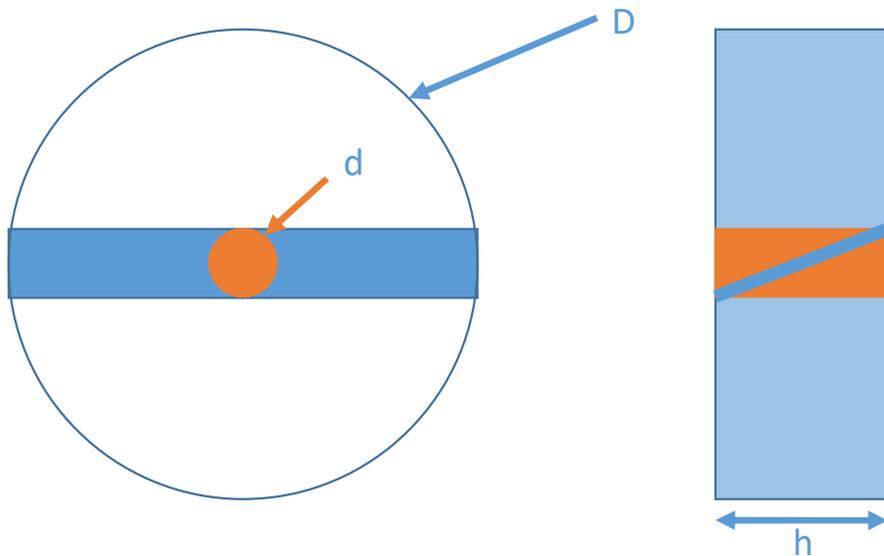
Rappel: N (tour/min) = $\pi / 30 \times N$ (rad/s) = ω (rad/s)

Débit d'air (m^3/s) de l'hélice:

$$Q = V \times N = \frac{\pi}{240} (D^2 - d^2) \times h \times N = v \times A$$

v = vitesse du fluide (m/s)

Approximation du Débit d'une Hélice bipale si le pas est donné:



- D = Diamètre extérieur de l'hélice (m)
- d = Diamètre du moyeu de l'hélice (m)
- h = Hauteur des pales de l'hélice (m)
- ρ = Densité de l'air (ou du gaz)(kg/m³)
- A = Aire décrite par l'hélice (m²) vue de dessus
- P = Pas de l'hélice (m)

Volume d'air (m³/tour) déplacé par un tour d'hélice = Volume du cylindre creux décrit par une pale:

$$V = A \times P \times n = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) \times P$$

Le pas P (m) est la distance avancée par l'hélice en un tour si on la considère comme une vis à air.

Approximation du Débit d'une Hélice bipale si le pas est donné :

Débit d'air (m³/min) de l'hélice = Volume d'air (m³/tour) déplacé par un tour d'hélice x vitesse de rotation (tour/min):

$$Q = V \times N = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) \times P \times N$$

N = Vitesse de rotation de l'hélice (tour/min)

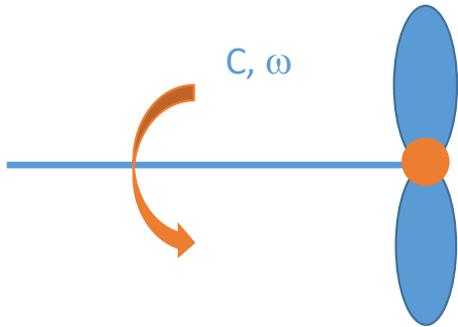
Rappel: N (tour/min) = $\pi / 30 \times N$ (rad/s) = ω (rad/s)

Débit d'air (m³/s) de l'hélice:

$$Q = V \times N = \frac{\pi}{240} (D^2 - d^2) \times P \times N = v \times A$$

v = vitesse du fluide (m/s)

Puissance mécanique de l'arbre porteur de l'hélice:



$$P_M = C \times \omega$$

P_M = Puissance de l'arbre (W)

C = Moment sur l'arbre (N.m)

ω = Vitesse de rotation de l'arbre (rad/s)

Puissance de l'air disponible pour souffler (W) = Puissance de l'arbre mécanique porteur de l'hélice (W) minorée du rendement maximum de 60% d'une hélice:

$$P_A = 0.6 \times P_M = 0.6 \times C \times \omega = Q \times \Delta p = T \times v = \sqrt{\frac{T^3}{2\rho A}}$$

Puissance du flux d'air d'une hélice:

La différence de pression au travers de l'hélice provient de sa poussée minorée du rendement maximum de 60% d'une hélice:

$$\Delta p = \frac{T}{A}$$

T = Poussée (N) calculée selon Froude

A = Aire décrite par l'hélice (m²)

Δp = Différence de pression (Pa)

Le débit d'air est la vitesse de l'air x l'aire de l'hélice minoré du rendement maximum de 60% d'une hélice:

$$Q = v \times A$$

v = Vitesse du flux d'air (m/s)

A = Aire décrite par l'hélice (m²)

Q = Débit (m³/s)

Puissance du flux d'air de l'hélice (W) = débit d'air (m³/s) x différence de pression au travers de l'hélice (Pa) :

$$P_A = Q \times \Delta p = T \times v$$

Écoulement fluide - Théorème de Bernoulli:

En tout point d'un écoulement stationnaire irrotationnel d'un fluide parfait incompressible:

$$\frac{v^2}{2} + g \times z + \frac{p}{\rho} = \textit{Constante}$$

v = Vitesse du fluide (m/s)

g = gravité 9.81 m/s⁻²

p = Pression du fluide (Pa)

z = Altitude du fluide (m)

ρ = Densité du fluide (kg/m³)

Écoulement fluide - Théorème de Bernoulli:

Application au système hélice/entonnoir (réducteur de section)

Pas de changement d'altitude: $\Delta z = z_2 - z_1 = 0$

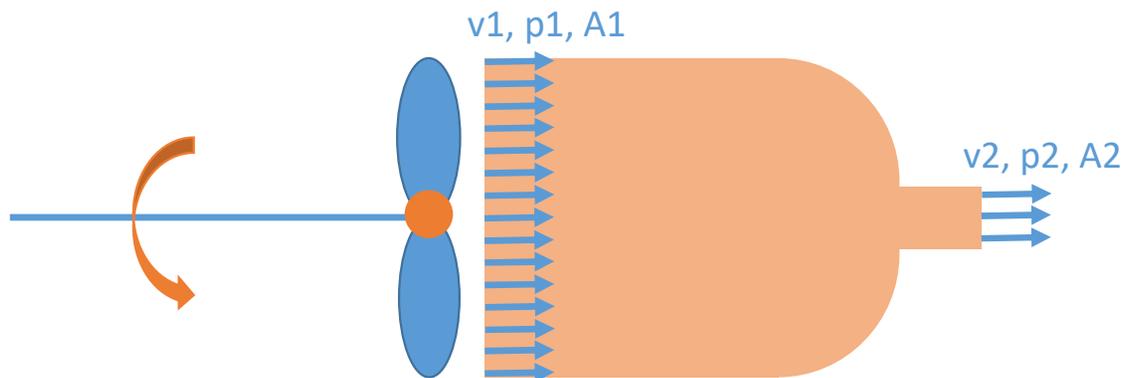
$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho}$$

v = Vitesse du fluide (m/s)

p = Pression du fluide (Pa)

ρ = Densité du fluide (kg/m³)

A = Aire d'écoulement du fluide (m²)



Ecoulement fluide - Théorème de Bernoulli:

Application au système hélice/entonnoir (réducteur de section)

Conservation du débit car fluide incompressible:

$$Q = v_1 \times A_1 = v_2 \times A_2$$

v = Vitesse du fluide (m/s)

Q = Débit du fluide (kg/m³/s)

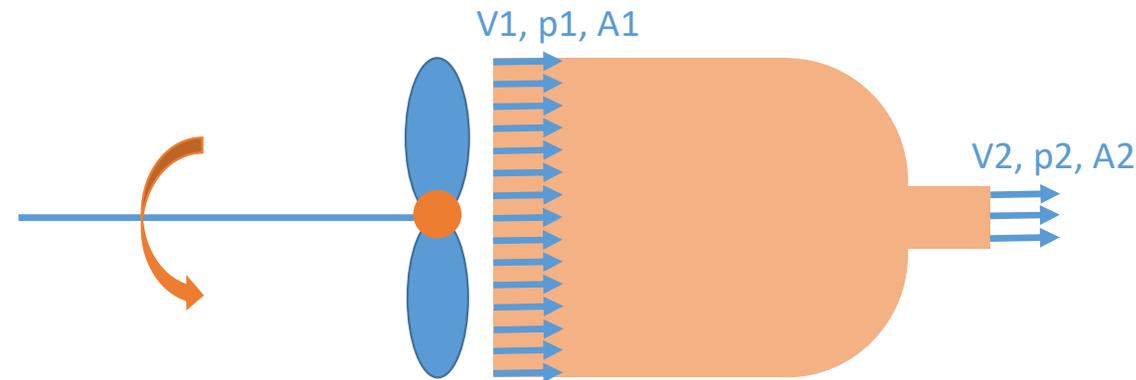
A = Aire d'écoulement du fluide (m²)

p = Pression du fluide (Pa)

ρ = Densité du fluide (kg/m³)

D'où:

$$\frac{Q^2}{2A_1^2} + \frac{p_1}{\rho} = \frac{Q^2}{2A_2^2} + \frac{p_2}{\rho}$$



Application numérique:

<https://www.pb-modelisme.com/Helice/detailHelice.php?prod=416>

HÉLICE XOAR HELICE SPORT HETRE 9.0" X 5.0" - REF: PJA09X05

RETOUR HÉLICES



Hélice bipale 9.0" x 5.0" en Bois

Caractéristiques techniques

REF:	PJA09X05
Dimension:	9.0" x 5.0"
alésage:	5.0 mm à 8.0 mm
utilisation:	mixte
matière:	Bois
Propulsive:	Non

Diamètre $D = 9\text{inch} = 228.6\text{mm}$ (environ 12cm sur photo)

Diamètre $d = 1.5\text{inch} = 38.1\text{mm}$ (environ 2cm sur photo)

Pas $P = 5\text{inch} = 127\text{mm}$

Aire d'écoulement (m^2): $A = \frac{\pi}{4}(0.2286^2 - 0.0381^2) = 0.0399\text{m}^2$

Volume d'air (m^3/tour) déplacé par un tour d'hélice:

$$V = A \times P = \frac{\pi}{4}(0.2286^2 - 0.0381^2) \times 0.127 = 0.00506771\text{m}^3/\text{tour}$$

Application numérique:

Débit d'air (m^3/s) de l'hélice:

$$Q = V \times N = \frac{0.00506771\text{m}^3}{60} \times N = v \times 0.0399\text{m}^2$$

Si on veut une vitesse d'air en sortie d'hélice $v = 10\text{m/s}$, alors la vitesse de rotation de l'hélice doit être de:

$$N = \frac{10\text{m/s} \times 0.0399\text{m}^2}{\frac{0.00506771\text{m}^3}{60}} = 4724 \text{ tr/min} = 78.7 \text{ tr/s}$$

Application numérique avec la formule de Boucher/Abbott:

<http://ddata.over-blog.com/xxxyyy/1/54/82/68/Javascript/HeliCalc.html>

$$P_A = P \times D^4 \times N^3 \times 5.03 \times 10^{-7} = 18.4W$$

$$T = P \times D^3 \times N^2 \times 6.68 \times 10^{-5} = 2.26N$$

D = Diamètre extérieur de l'hélice (m)

P = Pas de l'hélice (m)

N = Vitesse de rotation de l'hélice (tour/min)

T = Poussée de l'hélice (N)

$$P_A = P \times D^4 \times N^3 \times 5.33 \times 10^{-1} = 18.4W$$

$$T = P \times D^3 \times N^2 \times 10^{-10} = 8.13 \textit{ounce.force}$$

$= 230.6 \textit{grammeforce}$

D = Diamètre extérieur de l'hélice (in)

P = Pas de l'hélice (in)

N = Vitesse de rotation de l'hélice (tour/min)

T = Poussée de l'hélice (oz.)

Application numérique avec la formule de Boucher/Abbott:

<http://ddata.over-blog.com/xxxyyy/1/54/82/68/Javascript/HeliCalc.html>

Calculs d'hélice - V2.0
31/08/2012

Entrer les valeurs décimales sous la forme : 4.3

Diamètre : <input type="text" value="9"/> en "	Pas : <input type="text" value="5"/> en "	Vitesse de rotation : <input type="text" value="4724"/> rpm
<input type="button" value="Calcul"/>		
Puissance : <input type="text" value="18.4"/> W	Vitesse : <input type="text" value="36"/> km/h ou <input type="text" value="10"/> m/s	Traction : <input type="text" value="230.6"/> gf

*Nota : ce petit calculateur travaille sur des hélices génériques à partir des formules de [Boucher/Abbott](#).
Il est donc moins précis que ceux qui travaillent à partir des coefficients relevés sur des hélices réelles !*

Power (WATTS)= $P(in.) \times D(in.)^4 \times RPM^3 \times 5.33 \times 10^{-15}$
Thrust (oz.)= $P(in.) \times D(in.)^3 \times RPM^2 \times 10^{-10}$

[Geeby22](#)