Information, Calcul et Communication Représentation de l'information

R. Boulic & J.-C. Chappelier

EPFL

Plan du cours d'aujourd'hui

Quelle(s) représentation(s)?

- ► Rappel des domaines d'applications
- ► Une représentation est une convention
- ► Vers l'unité élémentaire d'information (bit)

Représentation des nombres entiers

- Entiers positifs
- ► Entiers positifs et négatifs

Représentation des nombres décimaux

- ► La virgule flottante : Pourquoi ? Comment ?
- ► Erreur relative contrôlée
- ► Au voisinage de 0

Annexe : Représentation des symboles

▶ De l'alphabet aux idéogrammes

EPFL

Objectifs et Plan

Objectif du cours d'aujourd'hui

Répondre aux questions suivantes :

- Existe-t-il une représentation universelle de l'information?
- Par quels moyens peut on représenter des symboles et des nombres?
- Est-il possible de construire une représentation exacte du monde réel?

EPFL

Objectifs et Plan

1 / 58

Lien avec les leçons précédentes

Domaines d'application

En 2003, mise en évidence du "Niño"

Calcul scientifique /Simulation

-> nombres

Information? Gestion d'information

-> texte



-> signaux (mesures, contrôle...)





Google datacenter



Représentation de l'information

Une représentation est une convention

- pour faciliter l'activité d'un groupe d'utilisateurs
- correspondance entre un ensemble de signes et leur signification.



Fragilité de cette convention : langues mortes, codes perdus,etc...

Il n'existe pas de représentation universelle :

- standard de facto = porté par le marché, l'usage (ex : pdf)
- ▶ standard de jure = normalisation (IEEE, ACM, ISO...).

Exemples : alphabet romain, chiffres arabes, code de la route, papier monnaie

EPFL

Représentation de l'information

5 / 58

Le binaire

Limites de l'écriture unaire : un alphabet *unaire* permet de représenter tous les nombres : |, ||, |||, ||||, ... **mais** la taille de l'écriture est proportionnelle au nombre écrit!

$$|\mathsf{rep}_1(n)| \in \Theta(n)$$

Un tel système d'écriture n'est pas efficace.

Le système binaire est le système de signes le plus simple pour représenter des nombres de façon efficace (en log(n) symboles)

$$|\mathsf{rep}_2(n)| \in \Theta(\log n)$$

EPFL

7 / 58

Vers l'unité élémentaire d'information



214 motifs graphiques (appelés « clés ») ont été utilisés pour construire ≃100'000 idéogrammes chinois

(Lesquels idéogrammes sont utilisés pour exprimer des mots plus complexes : 3–4 idéogrammes par mot)

A B C ... Les **26 lettres** de l'alphabet latin ont été utilisées pour construire \simeq 1'000'000 de mots (langues occidentales)

Les **10 chiffres** indo-arabes permettent de construire une infinité de nombres (et par là même encoder tous les mots existants)

QUESTION: quel est le plus petit alphabet permettant de représenter *efficacement* tous les nombres (entiers)?

EPFL

Représentation de l'information

6 / 58

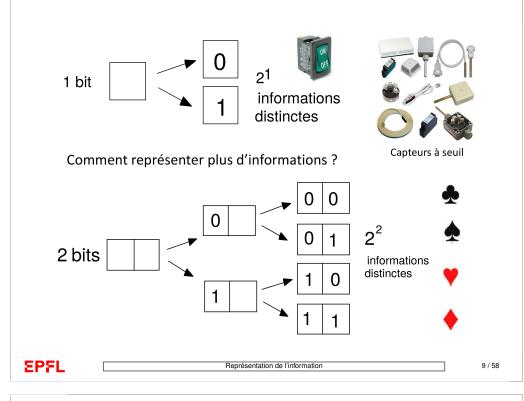
Unité élémentaire d'information : le bit

Toute information peut être représentée à l'aide d'une suite d'éléments binaires (appelé « motif binaire »).

Par convention, nous choisirons 0 et 1 comme éléments binaires.

L'expression anglaise « *binary digit* » a été abrégée « **bit** » pour désigner un tel élément.

Note : Dans cette leçon, nous faisons abstraction de la manière dont les éléments binaires sont réalisés (états magnétiques, tensions, courants, etc.). Cela sera abordé dans le Module 3.



n bits permettent de représenter 2ⁿ informations distinctes réciproquement, 2^n informations distinctes sont représentables par $\log_2(2^n) = n \log_2(2) = n$ bits 4 5 Exercice: Combien de bits suffisent pour représenter : - les jours de la semaine : - les chiffres de 0 à 9 : - les lettres de l'alphabet: - Majuscules 10 - Minuscules + Majuscules - Min + Maj + chiffres + signes ... règle générale: Pour **K informations distinctes**, le **nombre** de bits n suffisant pour représenter ces 26 informations est l'entier supérieur ou égal à log, K: n = log, K 32

Représentation de l'information

n bits permettent de représenter 2ⁿ informations distinctes

n	2 ⁿ
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64
7	128
8	256
10	1024
20	1048576
30	1073741824
32	4294967296

Bonne pratique pour estimation rapide:

$$2^{10}$$
 = kibi (Ki) $\approx 10^3$ = kilo (k)
 2^{20} = mébi (Mi) $\approx 10^6$ = méga (M)
 2^{30} = gibi (Gi) $\approx 10^9$ = giga (G)
 2^{32} = 2^{30+2} = 2^{30} . $2^2 \approx 4$ G

EPFL

Représentation de l'information

10 / 58

12 / 58

Organisation de l'information

Il est plus simple de lire

234, 149

que

11101010, 10010101

La complexité cognitive de la lecture de messages écrits en binaire étant trop grande pour un humain normalement constitué, des *organisations plus compactes* ont été mises en œuvre, comme par exemple des séquences de 8 bits appelée « octet » (« byte » en anglais)

Un octet peut donc représenter $2^8 = 256$ informations.

Note : en français on utilise la lettre 'o' pour mesurer les octets : 200 Mo, en anglais c'est la lettre 'B' à ne pas confondre avec 'b' (pour « bit ») : 2.36 Mib = 302 kiB



11 / 58

Plan

Quelle(s) représentation(s)?

Représentation des nombres entiers

- Entiers positifs
- ► Entiers positifs et négatifs

Représentation des nombres décimaux

- ► La virgule flottante : Pourquoi ? Comment ?
- ► Erreur relative contrôlée
- ► Au voisinage de 0

Annexe: Représentation des symboles

► De l'alphabet aux idéogrammes

EPFL

Représentation des nombres entiers

13 / 58

Notation positionnelle des nombres

Exemple d'un nombre entier en base 10 : le nombre **703** est la notation abrégée de l'expression :

$$7 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$$

- Le chiffre de droite est toujours associé à la puissance 0 de la base 10
- La puissance de la base augmente d'une unité de chiffre en chiffre, en allant de la droite vers la gauche

Cette convention de **notation positionnelle** peut être exploitée dans n'importe quelle base

Comment représenter un nombre entier?

Commençons par les entiers naturels (= positifs et nul)

Rappel : tout entier naturel peut être représenté à l'aide d'un *motif* binaire (suite d'éléments binaires)

Mais un motif binaire isolé est insuffisant pour comprendre ce qui est codé!

Il faut une convention d'interprétation du motif binaire

Une solution: la notation positionnelle en base 2

EPFL

Représentation des nombres entiers

14 / 58

Notation positionnelle en base 2



La notation positionnelle en base 2 utilise exactement les mêmes convention qu'en décimal (base 10)

 2^7 2^6 2^5 2^4 2^3 2^2 2^1 2^6 128 64 32 16 8 4 2 1

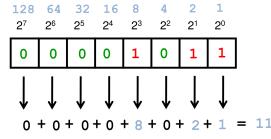
poids forts à gauche

poids faibles à droite

Pratique:

Conversions

Du binaire vers le décimal: additionner les puissances de 2 présentes dans le motif binaire



Du décimal vers le binaire :

décomposer un nombre entier X en une somme de puissances de 2 par division entières successives tant que le quotient ≥ 2

$$11= 2 \cdot 5 + 1$$

$$= 2 \cdot (2 \cdot 2 + 1) + 1$$

$$= 2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot 1 + 0) + 1) + 1$$

$$= 1 \cdot 2^{3} + 0 \cdot 2^{2} + 1 \cdot 2^{1} + 1 \cdot 2^{0}$$

$$= 1011$$



Représentation des nombres entiers

17 / 58

Entiers: domaine couvert



Une représentation destinée à une machine est associée à une capacité fixe exprimée en nombre de bits (d'octets).

Exemple: entier manipulé par une machine « 32 bits ».

Une telle machine dispose d'instructions pour réaliser très rapidement les opérations de base (addition, multiplication, etc.) pour des entiers représentés sur 4 octets.

limitation du nombre d'entiers représentables = 2³²

Si cette représentation est uniquement destinée aux nombres positifs, son domaine couvert est alors (pour 32 bits) :

Max = motif binaire avec des 1 partout = $2^{32} - 1$

EPFL

Représentation des nombres entiers

9 / 58

Écriture en binaire

```
ecriture en binaire
entrée : n \in \mathbb{N}
sortie : écriture binaire de n

L \longleftarrow () // liste vide
Répéter
Si n est pair
L \longleftarrow 0 \oplus L // ajouter 0 devant
Sinon
L \longleftarrow 1 \oplus L // ajouter 1 devant
n \longleftarrow \lfloor \frac{n}{2} \rfloor
tant que n > 0
Sortir : L
```

EPFL

Représentation des nombres entiers

18 / 58

Entiers: domaine couvert (2)



Les calculs sur des entiers sont exacts si le résultat correspondant

- est un entier
- et appartient au domaine couvert

Plusieurs causes possibles de dépassement de capacité :

- division : perte de partie fractionnaire (lorsque le résultat n'est pas un entier)
- multiplication, addition, soustraction : sortie du domaine couvert p.ex. pour entiers positifs sur 32 bits : lorsque le résultat n'est pas compris entre 0 et 2³² – 1

Représentation des nombres entiers

20 / 58

Exemples de dépassement de capacité

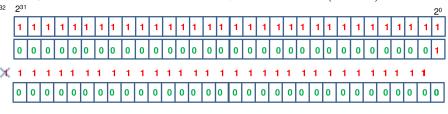
Exemple 1: addition de 2 entiers sur un seul bit a 4 cas :



la retenue est perdue

la retenue est perdue dans le dernier cas : dépassement de capacité

Exemple 2: addition sur 32 bits: dépassement sur $(2^{32} - 1) + 1$:





Représentation des nombres entiers

21 / 58

Entiers négatifs : première tentative

Le signe d'un nombre est une information binaire (+ ou -). Il suffit donc d'un bit pour le représenter.

Exactement comme nous le faisons en décimal, on pourrait écrire le signe (par convention : 0 pour + , 1 pour -) devant la valeur absolue. Par exemple (sur 4 bits) :

5 (décimal)1 101 (binaire)

Propriétés :

- ▶ 1 bit étant réservé pour le signe, le domaine couvert va de $-2^{n-1} + 1$ à $2^{n-1} 1$ (p.ex. sur 32 bits, de $-2^{31} + 1$ à $2^{31} 1$)
- Symétrie parfaite du domaine couvert, mais 2 représentations pour 0
- La soustraction **ne** peut **pas** être effectuée en additionnant l'opposé d'un nombre

EPFL

Représentation des nombres entiers

23 / 58

Plan

Quelle(s) représentation(s)?

Représentation des nombres entiers

- Entiers positifs
- Entiers positifs et négatifs

Représentation des nombres décimaux

- ► La virgule flottante : Pourquoi ? Comment ?
- ► Erreur relative contrôlée
- Au voisinage de 0

Annexe: Représentation des symboles

▶ De l'alphabet aux idéogrammes

EPFL

Représentation des nombres entiers

22 / 58

Problème de l'écriture « signe et valeur absolue »

Le problème de fond de la représentation précédente est qu' additionner l'opposé est différent de la soustraction!

Exemple:

11:00001011 -11:10001011

somme des deux : ?0010110

plus ou moins 22, mais en tout cas pas 0!

Comment représenter les nombres pour que rep(11) + rep(-11) = rep(0)?

Entiers : dépassement de capacité et représentation des nombres négatifs

<u>Question</u>: comment tirer partie d'une capacité limitée de n bits pour en déduire une représentation des entiers négatifs permettant de <u>remplacer la soustraction par l'addition</u> de l'opposé ?

Rappel: n bits permettent de représenter 2ⁿ nombres entiers positifs de 0 à (2ⁿ -1)

La valeur 2ⁿ elle-même n'est pas représentable sur n bits, on a:

$$(2^n - 1) + 1 = 2^n$$
 (en théorie)

Mais $(2^n - 1) + 1 = 0$ (sur n bits)

Conséquence: le motif binaire de (2ⁿ -1) est une bonne représentation de -1 car on obtient 0 quand il est ajouté à 1

EPFL

Représentation des nombres entiers

25 / 58

Pratique: comment calculer l'opposé (2ⁿ – x) d'un entier x?

Une transformation est nécessaire pour :

- faire apparaitre des quantité représentables sur n bits
- les manipuler à l'aide d'opérations simples

Cas particulier:

 $((2^{n}-1)-x)$ est très facile à obtenir!

Il suffit d'<u>inverser</u> chaque bit de \mathbf{x} : $0 \rightarrow 1$ ou $1 \rightarrow 0$ Cette valeur est appelée le <u>Complément à 1 de \mathbf{x} </u>.

Complément à 2 de x = Complément à 1 de x + 1

EPFL

Représentation des nombres entiers

27 / 58

Représentation des entiers signés

<u>Propriétés à vérifier:</u> si a et b sont deux nombres opposés Alors :

$$a + b = 0$$

de plus

$$-(-a) = a$$

Avec n bits de capacité, on pose que <u>l'opposé d'un nombre x</u> est donné par l'expression $2^n - x$ appelée le Complément à 2 de x.

Pour a (c.-à-d. l'opposé de b), posons donc $a = 2^n - b$.

Alors:
$$a + b = (2^n - b) + b = 2^n = 0$$
 (sur n bits)

de plus
$$-(-a) = 2^n - (2^n - a) = a$$

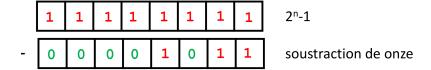
EPFL

Représentation des nombres entiers

26 / 58

Exemple1: Complément à 1 du nombre onze en binaire = (2^n-1) - onze







complément à 1 de onze

Entiers signés : domaine couvert Exemple: entiers 000 sur 3 bits positifs 001 111 110 010 101 011 100 entiers négatifs **EPFL** Représentation des nombres entiers

Entiers signés : domaine couvert



On a donc à ce stade :

11:00001011 -11:11110101

Quelques autres valeurs :

00000000 : 0 00000001 : 1 011111111 : $2^7 - 1 = 127$ 11111111 : -110000001 : $-2^7 + 1 = -127$ 10000000 : $-2^7 = -128$

Domaine couvert : de -2^{n-1} à $2^{n-1} - 1$

ATTENTION : il s'agit bien d'une *nouvelle* convention : de fait, le bit de poid fort est utilisé pour le signe :

10000001 ne s'interprète plus comme 129, mais bien comme -127

EPFL

Représentation des nombres entiers

30 / 58

Résumé à ce stade



Bilan : **DEUX** conventions *différentes* vues jusqu'ici :

- ► représentation non signée : de 0 à 2ⁿ 1
- ► représentation signée : de -2^{n-1} à $2^{n-1} 1$

(sur *n* bits)

Cela correspond en C++ aux deux types différents : unsigned int et int, respectivement

L'addition se fait **de la même façon** dans les deux cas ; c'est *l'interprétation* du motif binaire résultant qui est différente.



Plan

Quelle(s) représentation(s)?

Représentation des nombres entiers

- Entiers positifs
- Entiers positifs et négatifs

Représentation des nombres décimaux

- ► La virgule flottante : Pourquoi ? Comment ?
- Erreur relative contrôlée
- Au voisinage de 0

Annexe : Représentation des symboles

▶ De l'alphabet aux idéogrammes

EPFL

Représentations des nombres à virgule

33 / 58

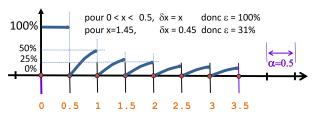
Erreur relative sur le domaine couvert

L'erreur relative décrit l'importance relative de l'erreur de discrétisation δx par rapport au nombre à représenter x. $|\delta x|/|x|$ n'est pas uniforme sur le domaine couvert.

<u>Exemple</u>: avec 3 bits et α =0.5, le domaine couvert est [0, 3.5]. Seules 8 valeurs sont représentées exactement: 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5 .

L'erreur relative (en %) est importante lorsque δx est grand par rapport à x.

Erreur relative ϵ en % pour une approximation par $\underline{\text{troncation}}$



Cette répartition hétérogène de l'erreur relative n'est pas acceptable pour de nombreux problèmes

EPFL

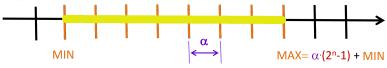
Représentations des nombres à virgule

35 / 58

Représentation à virgule fixe

Avec n bits, on peut représenter 2^n valeurs.

En représentation à virgule fixe sur n bits, les 2^n valeurs représentées sont *uniformément réparties* dans un intervalle [MIN, MAX] fixé et séparées par la quantité α :



$$\alpha = \frac{\mathsf{MAX} - \mathsf{MIN}}{2^n - 1}$$

Remarque : il existe un nombre infini de nombres à virgule à l'intérieur de [MIN, MAX] qui sont donc représentés de façon *approchée* par l'une des 2ⁿ valeurs représentées.

production d'une erreur absolue de quantification (ou « de discrétisation ») au maximum égale à α .



Représentations des nombres à virgule

34 / 58

Erreur relative uniforme?

Le compromis retenu: garantir une erreur relative uniforme veut dire <u>accepter une croissance de l'erreur de discrétisation</u> au sein du domaine couvert!

Inspiration: notation scientifique en base 10 avec un nombre fixe de chiffres significatifs.

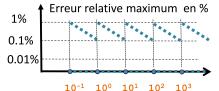
Exemples avec 3 chiffres significatifs:

3.1415 s'écrit 3.14 10⁰ 0.0125 s'écrit 1.25 10⁻² 7354 s'écrit 7.35 10³



l'erreur relative est (presque) uniforme. le pire des cas est en début d'intervalle [10^k , 10^{k+1} [lorsque $\delta x = 0.01 * 10^k$ pour $x = 1.00999...* 10^k$

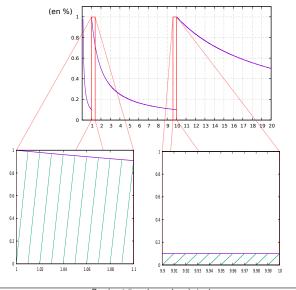
 $\begin{array}{ll} pour & x=1.00999..*\ 10^k \\ ce\ qui\ donne & \epsilon=\delta x/x\approx 0.01=1\% \end{array}$





Représentations des nombres à virgule

Erreur relative en notation scientifique (à 3 chiffres significatifs)



EPFL

Représentations des nombres à virgule

37 / 58

Exemple

Supposons que l'on ait 2 bits d'exposant et 3 bits pour la mantisse. (dans l'ordre : signe, exposant, mantisse)

Que représente alors 101011?

$$101011 = 1 \ 01 \ 011 = -2^1 \times 1,011 = -(2+1/2+1/4) = -2.75$$

La représentation en virgule flottante

= une notation scientifique en base 2

Représentation flottante en base 2: comporte 3 parties qui se partagent le nombre de bits à disposition: le **signe**, **l'exposant** de la base 2 et le **nombre normalisé** en base 2. La partie fractionnaire du nombre normalisé est appelée la **mantisse**.

<u>Particularité de la base 2</u>: le chiffre le plus significatif du nombre normalisé est <u>constant et toujours égal à 1</u>. Il est donc implicite.

Comme pour la notation scientifique, l'erreur relative maximum est définie par la puissance la plus faible de la mantisse.

n bits de mantisse $\approx 2^{-n}$

EPFL

Représentations des nombres à virgule

38 / 58

La représentation en virgule flottante

Exemple avec 2 bits pour l'exposant et 2 bits pour la mantisse. On a la forme: $2^{\square} \cdot 1, \square$. L'erreur relative est au plus de $2^{-2} = \frac{1}{4}$.

	exp:	00	01		10				11			
	mantisse	00 01 10 11	00 01 10 11	01 01 10 10					00 01 10 11			
-		1 2		4				8				16

Représentations des nombres à virgule





Le plus petit nombre positif représentable à ce stade est alors : 0 pour l'exposant et 0 pour la mantisse

soit donc
$$2^0 \times 1, 0 = 1!!$$

Comment représenter des nombres plus petits? (voire 0 lui-même)?

Trois changements par rapport à ce qui précède :

- La mantisse est interprétée différemment lorsque l'exposant est 00..0
- \triangleright Cet exposant 00..0 ne représente pas 0, mais un nombre P < 0(la valeur de *P* fait partie de la convention de représentation)
- ► Tous les exposants sont « décalés de P » : 00..0 représente P, 00..1 représente 1 + P, ..., 11..1 représente $2^{|exp|} - 1 + P$ (|exp| est le nombre de bits pour l'exposant)







Supposons que l'on ait 3 bits d'exposant, 4 bits pour la mantisse et $P = -(2^{3-1} - 1) = -3.$

Que représente alors 00000110 (dans l'ordre : signe, exposant, mantisse)?

$$00000110 = 0 \ 000 \ 0110$$

Comme l'exposant est ici 000, on interprète alors la mantisse différement: 0,0110

soit
$$(1/4+1/8) = 0.375$$

et le nombre comme
$$2^{\textit{P}+1} \times 0.375 = 2^{-2} \times 0.375 = 0.09375$$

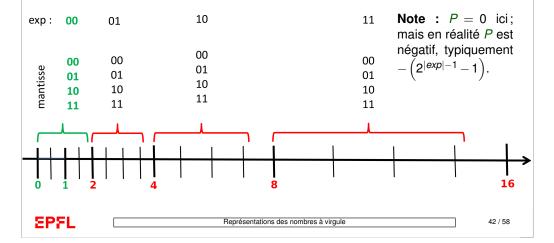
O lui-même est représenté avec simplement que des 0 : 0000000



Représentations des nombres à virquie

La représentation de 0 en virgule flottante

Même exemple, mais pour inclure 0 on traite la plus petite puissance de la base, notée P, comme un cas particulier qui permet de couvrir l'intervalle $[0,2^{P+1}]$ avec la formule : $2^{P+1} \times 0$, mantisse



L'erreur d'arrondi est la règle

On appelle aussi erreur d'arrondi l'écart entre un nombre x et sa représentation approchée en virgule flottante.

Exercice : quel est l'écriture binaire de « un dixième »?

« un dixième » ne peut pas être représenté de manière exacte avec un nombre fini de bits

Remarques:

- ► Ce problème existe dans toutes les bases, pensez à « un tiers » en base 10.
- ▶ Même si l'erreur d'arrondi est inévitable pour la majorité des nombres, on peut garantir qu'elle se situe en dessous d'un seuil défini par les besoins du problème traité, en choisissant une représentation adaptée.



Erreurs d'arrondis : un exemple

Exemple: $a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

avec les valeurs décimales a = 0.25, b = 0.1, c = 0.01

Discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$

en théorie △ est nul pour cet exemple

Mais sur machine (représentation et calculs sur 64 bits) :

$$\Delta = 9.02 \cdot 10^{-19}$$

- ▶ 4 et 0.25 sont représentés exactement; leur produit donne 1 (qui est aussi correctement représenté)
- ► Par contre 0.1₁₀ et 0.01₁₀ sont représentés par des valeurs approchées
- ► Conséquence : sur les calculs effectués en binaire $0.1_{10} \times 0.1_{10} \neq 0.01_{10}$



Représentations des nombres à virgule

45 / 58

Conséquence des erreurs d'arrondi

Le résultat est différent selon l'ordre des opérations.

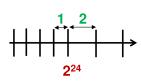
L'addition n'est plus associative :

il existe des valeurs a, b, c telles que $(a+b)+c \neq a+(b+c)$

Exemple avec un standard sur 32 bits possédant 23 bits de mantisse:

$$(2^{24} + 1) + 1 \rightarrow 2^{24} + 1 \rightarrow 2^{24}$$

 $2^{24} + (1 + 1) = 2^{24} + 2$ qui est représenté



Bonne pratique : d'abord additionner les petits nombres entre eux, avant de les additionner aux plus grands.

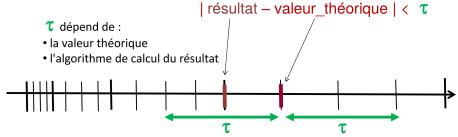
Conséquence des erreurs d'arrondi



Tester l'égalité de résultats en virgule flottante est une absurdité.

En règle générale, le résultat obtenu est (légèrement) différent de la valeur théorique.

Le test d'égalité de valeur de résultats en virgule flottante doit être fait avec **tolérence autour** de la valeur théorique :



La valeur exacte de la tolérence est difficile à prévoir et dépend des calculs effectués. Mais si quelques ordres de grandeur au dessus de l'erreur relative de représentation sont acceptables, c'est une bonne valeur pour cette tolérence.

EPFL

Représentations des nombres à virgule

46 / 5

La maîtrise de la précision est possible

Pour un problème donné et son algorithme de résolution, il est important de se poser les questions suivantes :

- ▶ De quelle précision ai-je besoin pour mes résultats?
- ▶ Quelle est l'influence de l'algorithme sur la précision des résultats?
- ▶ Quelle est la précision maximum disponible sur la machine cible ?

En cas de précision insuffisante, il faut reconsidérer l'algorithme de résolution et/ou adapter la représentation pour obtenir une précision désirée.

Compromis : Précision / Coûts calcul et mémoire

Résumé

Existe-t-il une représentation universelle de l'information?

Une représentation est une **convention** humaine d'interprétation d'un ensemble de signes. Sa force est directement liée au nombre de personnes qui la partage, d'où l'importance des **standards** (ex : code ASCII, UTF).

Par quels moyens peut on représenter des symboles et des nombres?

La **représentation binaire** suffit pour représenter de façon efficace (log) un nombre arbitrairement grand de signes.

Par convention nous utilisons les symboles 0 et 1.

Est il possible de construire une représentation exacte du monde réel? Les calculs avec la représentation positionnelle entière donnent des résultats exacts pour autant qu'on reste dans le domaine couvert.

Pour la *représentation à virgule flottante*, il faut se poser la question de la précision dont on a besoin. La représentation peut être **adaptée pour garantir une précision relative désirée**.



Représentations des nombres à virgule

49 / 58

51 / 58

Comment représenter un alphabet ?

Ensemble fini de signes

Considéré avec des variantes : Majuscule / minuscule

Associé aux symboles des chiffres, de ponctuation

Convention la plus large possible est nécessaire:

Table ASCII de base codifie 27 caractères
American Standard Code for Information Interchange
http://www.asciitable.com/

EPFL

Représentation des symboles

Plan

Quelle(s) représentation(s)?

Représentation des nombres entiers

- Entiers positifs
- Entiers positifs et négatifs

Représentation des nombres décimaux

- ▶ La virgule flottante : Pourquoi ? Comment ?
- Erreur relative contrôlée
- Au voisinage de 0

Annexe : Représentation des symboles

▶ De l'alphabet aux idéogrammes

EPFL

Représentation des symboles

50 / 58

Code ASCII

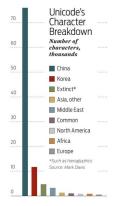
Au-delà du code ASCII de base

ASCII étendu sur 8 bits: Codes 0x80 à 0xFF

Le code étendu ISO 8859 Latin1 offre les caractères accentués minuscules et majuscules des langues occidentales: é è ê à ä ö ü ...

La norme **UNICODE** permet d'intégrer les autres langues, > 109'000 caractères pour 93 écritures dont le chinois.

- les 256 codes d' ISO 8859 sont au début de l'UNICODE
- UTF-8 est un codage des caractères UNICODE comprenant de 1 à 4 octets. Il est recommandé mais son usage n'est pas encore généralisé.





Représentation des symboles

53 / 58



Du code multi-byte (idéogramme) à l'image

shan = montagne

le symbole peut être codé par 1 à 4 octets en UTF-8

MAIS **la représentation du symbole = son image** demande plus d'information. Plusieurs approches sont possibles, du plus haut vers le plus bas niveau :



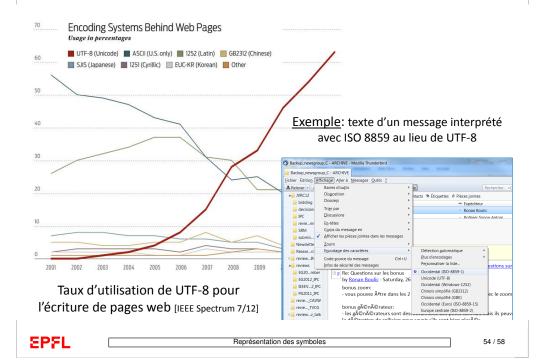
- 1) Préciser la **police de caractères** = « style classique ».
- 2) Caractériser les **contours** de la forme par un ensemble de **courbes** mathématiques paramétrées (silhouette). C'est la manière dont les polices de caractères sont construites.
- 山

3) Décomposer le plan de l'image en un **ensemble de cellules** qui indiquent la quantité d'encre (pixel).



Représentation des symboles

55 / 58



Du code multi-byte (idéogramme) à l'image



shan = montagne

le symbole peut être codé par 1 à 4 octets en UTF-8

MAIS **l'image du symbole** demande plus d'information pour la re**parair**re telle quelle. <u>Plusieurs approches:</u>

- 1) le **st** « classique ». Il comporte plusieurs **tra** un **type** bien précis parmi 37
- 2) Cara ser les **contours** de la forme par un ensemble de **courbe** shématiques paramétrées (silhouette).
- 3) Décomposer le plan de l'image en un **ensemble de cellules** qui indiquent la présence d'encre (pixel).



Représentation des symboles

56 / 58

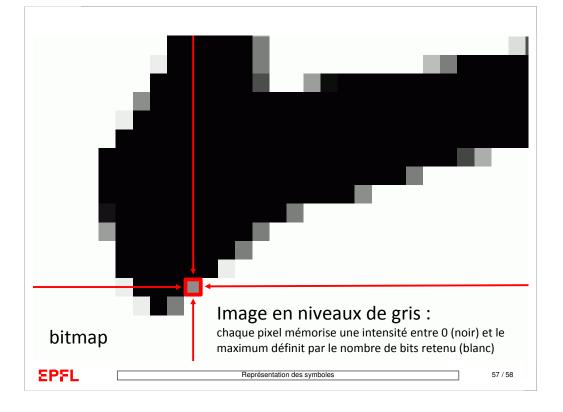
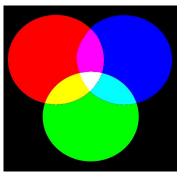


Image en couleur:

chaque pixel mémorise l'intensité de 3 composantes primaires dont la combinaison permet de restituer un espace de couleurs.

Le codage RGB (Red, Green, Blue)

- synthèse additive des couleurs: Rouge + Vert donne
- niveaux de gris lorsque les trois composantes sont égales noir(0,0,0) et le maximum définit par le nombre de bits retenu (blanc)
- parfois complété d'une 4ième composante Alpha (transparence) pour les applications graphiques.



Taille d'une image UXGA 1600x1200 x 3octets/pixel = 5'760'000 octets

Représentation des symboles 58 / 58