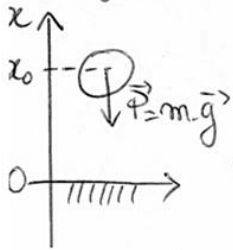


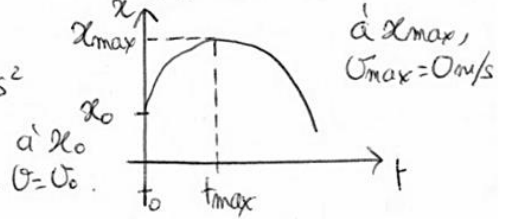
Une balle est lancée en l'air depuis une hauteur de 1,50 m avec une vitesse verticale initiale de 10 m/s. Calculer la hauteur maximale atteinte par la balle.

analyse:



on cherche x_{\max}
 hyp: on ignore les frottements
 ↳ chute libre
 on connaît: $x_0 = 1,50 \text{ m}$ $g = 9,81 \text{ m/s}^2$
 $v_0 = 10 \text{ m/s}$
 on ignore: m

mouvement probable de la balle:



methodes possibles: a - avec les equations du mouvement rectiligne uniformement accelere car

$$\begin{aligned} \vec{\Sigma F} &= m\vec{a} \\ \vec{P} &= m\vec{a} \\ m\vec{g} &= m\vec{a} \end{aligned} \quad \text{accélération constante}$$

b - avec la conservation de l'énergie ?

essai avec la methode a

en projetant sur l'axe:

$$\begin{aligned} a(t) &= -g \\ v(t) &= -gt + v_0 \\ x(t) &= -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + x_0 \end{aligned}$$

avec ces equations, pour connaître x_{\max} il nous faut t_{\max} → 2 inconnues

$$\begin{cases} v(t_{\max}) = -gt_{\max} + v_0 \\ x(t_{\max}) = -\frac{1}{2}gt_{\max}^2 + v_0t_{\max} + x_0 \end{cases} \quad \text{or } v(t_{\max}) = v_{\max} = 0 \text{ m/s.}$$

$$x(t_{\max}) = -\frac{1}{2}gt_{\max}^2 + v_0t_{\max} + x_0$$

donc on a:

$$\begin{cases} 0 = -gt_{\max} + v_0 \\ x_{\max} = -\frac{1}{2}gt_{\max}^2 + v_0t_{\max} + x_0 \end{cases}$$

soit $t_{\max} = \frac{v_0}{g}$

ou dimensions: $[t_{\max}] = \frac{LT^{-1}}{LT^{-2}} = T$ (OK)

$$x_{\max} = -\frac{1}{2}g\left(\frac{v_0}{g}\right)^2 + v_0\left(\frac{v_0}{g}\right) + x_0$$

on obtient:

$$\begin{cases} t_{\max} = \frac{v_0}{g} \\ x_{\max} = -\frac{1}{2}g\left(\frac{v_0}{g}\right)^2 + v_0\left(\frac{v_0}{g}\right) + x_0 \end{cases}$$

donc

$$\boxed{x_{\max} = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{g} + x_0}$$

application numérique:

$$x_{\max} = \frac{1}{2}\frac{10^2}{9,81} + 1,50 \quad \boxed{x_{\max} = 6,60 \text{ m}}$$

Vérifications:

• dimensions: $[x_{\max}] = \frac{L^2T^{-2}}{LT^{-2}} + L = L$ (OK)

• on a bien x_{\max} positif et $x_{\max} > x_0$

• vérifications numériques:

$$t_{\max} = \frac{10}{9,81} = 1,02 \text{ s}$$

$$v_{\max} = v(t_{\max}) = -9,81 \times 1,02 + 10 = 0 \text{ m/s. (OK)}$$