

**Ne PAS retourner ces feuilles avant d'en être autorisé!**

Merci de poser votre carte CAMIPRO en évidence sur la table.

*Vous pouvez déjà compléter et lire les informations ci-dessous:*

NOM en LETTRES MAJUSCULES \_\_\_\_\_

PRENOM \_\_\_\_\_

Numéro SCIPER \_\_\_\_\_

Signature \_\_\_\_\_

**BROUILLON** : Ecrivez aussi votre NOM-PRENOM sur la feuille de brouillon fournie. Toutes vos réponses doivent être sur cette copie d'examen. Les feuilles de brouillon sont ramassées pour être immédiatement détruites.

Le test écrit commence à :

**15h15**

Nous recommandons de consacrer 1h20 à l'examen de C++ et 1h40 à l'examen théorique

Les deux copies d'examens sont ramassées à :

**17h45**

### ***Le contrôle de ICC reste SANS appareil électronique***

Vous avez le droit d'avoir tous vos documents **personnels** sous forme papier: dictionnaire, livres, cours, exercices, code, projet, etc...

**Total sur 25 points** = 16 points pour la partie Quizz et 9 points pour les questions ouvertes

*Vous pouvez utiliser un crayon à papier et une gomme*

**La partie Quizz++ comporte 7 questions** : chaque question n'a qu'une seule réponse correcte parmi les 4 réponses proposées. Le nombre de points de chaque question est indiqué sur fond noir, ci-dessous. **Pour les questions ++, un complément de réponse ouverte est exigé** pour obtenir les points de la question : UN COMPLEMENT INCORRECT INVALIDE LA REPONSE DE LA QUESTION DU QUIZZ. Réciproquement, aucun point n'est donné en cas de réponses multiples, de rature, ou de réponse incorrecte au Quizz.

**Indiquez vos réponses de la partie Quizz dans ce tableau (pénalité de 1 point en cas d'oubli) :**

	barème							
	1++	2	3++	4	5	6	7	
<b>A</b>								<b>A</b>
<b>B</b>								<b>B</b>
<b>C</b>								<b>C</b>
<b>D</b>								<b>D</b>
	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	

## Quelques conventions

Dans cet examen, L'opérateur **modulo**, noté **mod**, calcule le reste dans la division entière de l'opérande de gauche par l'opérande de droite et le caractère / désigne l'opérateur de la division entière. En l'absence d'autre précision la fonction **log** désigne la fonction logarithme de base 2.

La base dans laquelle est exprimée un nombre est soit indiquée dans le texte (hexadécimal, décimal, octal, binaire, base N, etc..) ou soit indiqué par un indice ; ex :  $101_{10}$  est un nombre en décimal. S'il n'y a aucune indication de texte ou d'indice le nombre est en base 10.

Coût calcul des opérateurs arithmétiques : Toutes les questions portant sur l'ordre de complexité travaillent sur des nombres correspondant au cadre classique pour lequel les opérateurs arithmétiques suivants ont un coût constant quelle que soit l'amplitude des opérandes : **addition, soustraction, multiplication, division, modulo**. Par contre, on considère que l'opérateur d'**élévation à la puissance**, noté  $\wedge$  en pseudocode, n'est **pas** un opérateur à coût constant car il demande une boucle de multiplications.

## Unités de taille utilisées dans cet examen

Les puissances de dix utilisent une seule lettre majuscule comme par exemple :

**$10^3 = K$  (kilo),  $10^6 = M$  (méga),  $10^9 = G$  (giga),  $10^{12} = T$  (téra)**

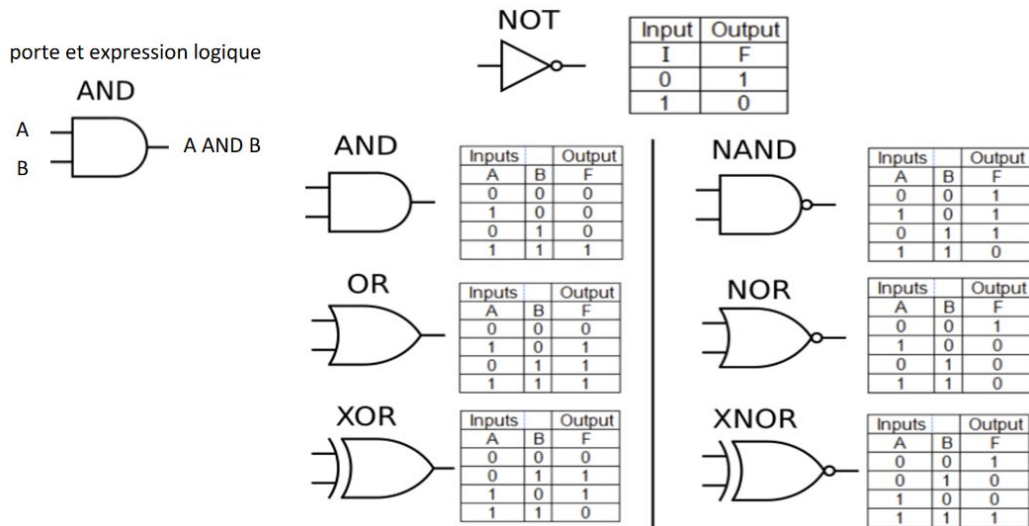
Dans cet examen, nous utilisons la lettre majuscule 'B', comme **Byte**, pour désigner un **octet**. La lettre minuscule 'b' désigne un **bit**.

## Opérateurs logiques pour le pseudocode

and (et logique), or (ou inclusif), xor (ou exclusif), not (négation logique)

## Portes logiques et circuits à base de transistors

Soit x une variable logique, la notation  $\bar{x}$  signifie la négation de x : si  $x=0$  alors  $\bar{x}=1$  et vice versa.



## Formules trigonométriques

$$\sin(u) \sin(v) = 0.5 (\cos(u - v) - \cos(u + v))$$

$$\cos(u) \sin(v) = 0.5 (\sin(u + v) - \sin(u - v))$$

Fonction  $\log_2()$  : Le graphe de la question 2 du quizz permet d'estimer  **$p \cdot \log_2(1/p)$**

**Question 1++ (3 pts):** entropie et performance de code

On a observé que les messages échangés entre une source et une destination utilisent toujours six symboles au maximum dont voici les fréquences d'apparitions :

Symbole	$\alpha$	$\beta$	$\chi$	$\delta$	$\epsilon$	$\phi$
Fréquence d'apparition	1/2	1/4	1/32	1/8	1/32	1/16

En vous appuyant sur vos connaissances théoriques, sans faire des calculs, que peut-on affirmer concernant l'**entropie H** des messages échangés et la **performance** du code que l'on peut construire à l'aide de la table ci-dessus avec l'algorithme de **Shannon-Fano**, notée  $L_{SF}$ , ou avec l'algorithme de **Huffman**, notée  $L_H$  ?

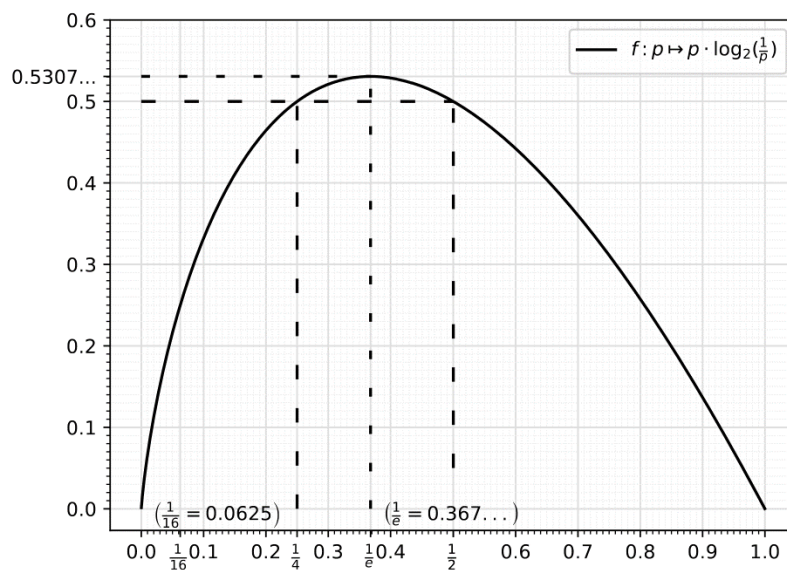
**Complément exigé :** pourquoi ?

*Un raisonnement théorique, sans valeur numérique, suffit :*

A	$H = L_H = L_{SF} = \log_2(6)$
B	$H < L_H = L_{SF} = H+1$
C	$H < L_H < L_{SF}$
D	aucune des autres réponses

**Question 2 (2 pts):** entropie et performance de code (suite de la question précédente)

Choisir le nombre de bits nécessaires, en moyenne, **pour envoyer un message de 10000 symboles** en supposant que ce message respecte les fréquences d'apparitions du tableau précédent et que le code est le meilleur qu'on puisse construire à partir de ce tableau. Quelques estimations simples à l'aide du graphe ci-dessous et la valeur  $\log_2(6) = 2,58496..$ , vous permettent de faire un choix correct par élimination.



Le nombre de bits est en moyenne :

A	25850
B	19375
C	30000
D	15850

**Question 3++ ( 3pt ) : échantillonnage**

Soit le signal  $X(t) = 3\cos(400\pi t)$

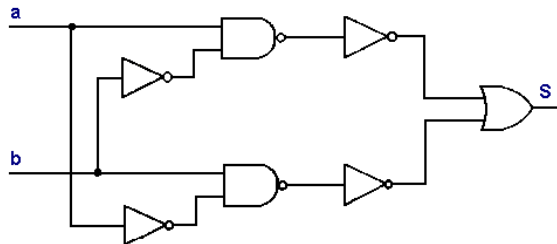
Ce signal est échantillonné avec une fréquence d'échantillonnage de 300 Hz. On utilise ensuite la fonction d'interpolation  $\text{sinc}(t)$  présentée en cours pour reconstruire un signal  $Y(t)$  à partir des valeurs échantillonnées. Quelle est l'expression correcte du signal reconstruit  $Y(t)$  ?

**Complément exigé : pourquoi ?**  
Quantifier les grandeurs mentionnées

A	$3\cos(400\pi t)$
B	$3\cos(100\pi t)$
C	$3\cos(200\pi t)$
D	$3\cos(150\pi t)$

**Question 4 ( 2 pts ) : Circuit mystère**

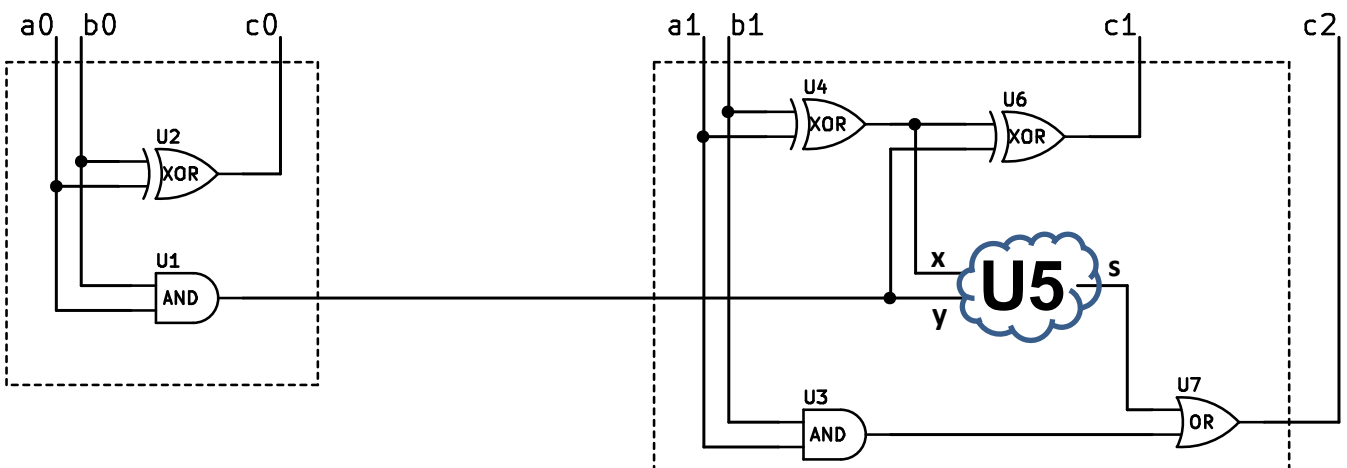
Soit le circuit constitué des portes logiques suivantes (cf page 2 pour le mode d'emploi) :



Quelle est la fonction logique réalisée par ce circuit ?

A	AND
B	NOR
C	XOR
D	OR

**Question 5 ( 3 pt ) : Circuit additionneur (incomplet) sur 2 bits, avec des portes logiques.**



Ce circuit doit additionner en binaire les valeurs de deux opérandes **a** et **b** sur deux bits et donner le résultat **c** sur trois bits. Le circuit ci-dessus montre les entrées **a0**, **b0**, **a1** et **b1**, et les sorties **c0**, **c1** et **c2** dans lesquelles la valeur **0**, **1** ou **2** indique la puissance de deux associée. Exprimé en binaire, le circuit réalise l'opération :  $c_2c_1c_0 = a_1a_0 + b_1b_0$ .

Exemple : avec **a** valant  $10_2$  et **b** valant  $11_2$  on doit obtenir **c** de valeur  $101_2$ .  
Il manque cependant la porte **U5** pour que le circuit soit complet.

On demande dans un premier temps d'indiquer quelles doivent être les valeurs des entrées **x** et **y** de **U5** et de sa sortie **s** pour l'exemple suivant:  $100_2 = 01_2 + 11_2$ .

A	x=1 , y=1 et s=1
B	x=1 , y=0 et s=0
C	x=0 , y=1 et s=0
D	x=1 , y=1 et s=0

**Question 6 (2 pts):** (suite de la question précédente)  
Quelle est le type de la porte U5 pour réaliser l'addition binaire ?  
On suggère d'analyser l'opération  $010_2 = 01_2 + 01_2$

A	OR
B	XOR
C	NAND
D	AND

**Question 7 (2 pts) :** Compléter la table de routage

Le réseau qui fait l'objet de cette question est particulier pour deux raisons : tout d'abord la distance est exprimée avec un nombre à coté du lien reliant deux nœuds. D'autre part, les liens sont unidirectionnels : la communication est seulement possible dans le sens indiqué par la flèche.

Voici la table de routage de A :

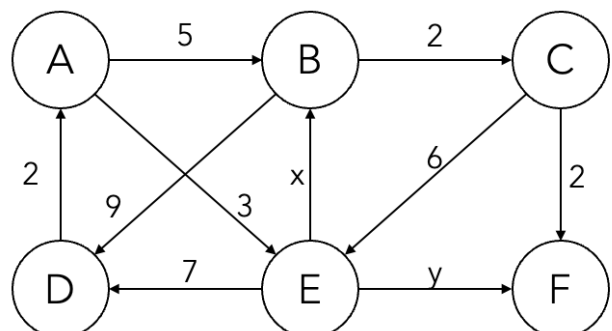
A	
destination	distance
B	5
C	7
D	10
E	3
F	9

Exemples :

- 1) le coût pour aller de A à E est de 3 car il existe un lien direct orienté de A vers E avec une distance de 3 indiquée sur le dessin.
- 2) il n'existe pas de chemin direct de A vers D car le lien va de D vers A ; il faut passer par le nœud E, ce qui produit une distance de  $3 + 7 = 10$ .

Quelles sont les valeurs des distances **x** et **y** du réseau qui sont compatibles avec la table de routage de A ?

A	x= 1 et y= 6
B	x= 2 et y= 7
C	x= 3 et y= 5
D	x= 1 et y= 7



---

### Question Ouverte 1 : (5 pts) Traitement d'un signal

On souhaite transmettre les valeurs  $v_1$ ,  $v_2$  et  $v_3$  en construisant un signal  $s(t)$  dans lequel chacune des valeurs est l'amplitude d'une sinusoïde de fréquence respective  $f_1$ ,  $f_2$  et  $f_3$  :

$$\forall t \in \mathbb{R}, s(t) = v_1 \sin(2\pi f_1 t) + v_2 \sin(2\pi f_2 t) + v_3 \sin(2\pi f_3 t)$$

De plus on pose que les 3 fréquences  $f_1$ ,  $f_2$  et  $f_3$  doivent être non-nulles et séparées les unes des autres d'au moins 1000 Hz.

1.1) Le signal  $s(t)$  est transmis sur un câble mais malheureusement des *perturbations*  $p(t)$  s'ajoutent à  $s(t)$  et le signal  $s_{out}(t)$  qui est mesuré à la destination contient aussi les deux types de composantes suivantes:

- Perturbation A:  $a_{p0} \sin(2\pi f_{p0} t)$  avec  $a_{p0} > 0$  et  $f_{p0} = 50\text{Hz}$
- Perturbation B: de nombreuses composantes  $a_{pi} \sin(2\pi f_{pi} t)$  avec  $a_{pi} > 0$  et  $f_{pi} \geq 50000\text{ Hz}$

Ainsi, le signal obtenu est :  $s_{out}(t) = s(t) + p(t)$

Quelle est la gamme de fréquences utilisable pour  $f_1$ ,  $f_2$  et  $f_3$  pour pouvoir extraire  $s(t)$  de  $s_{out}(t)$  à l'aide d'un seul filtre ? Indiquer un intervalle et préciser le type du filtre.

1.2) Question indépendante de la précédente:

On dispose d'un appareil qui peut échantillonner un signal, c'est à dire mesurer son amplitude à une fréquence d'échantillonnage  $f_e$ . Chaque mesure est représentée sur 32 bits. Cependant cet appareil ne peut pas mémoriser les mesures ; il doit les transmettre à un ordinateur pour les mémoriser dans un disque. Sachant que le débit entre l'appareil de mesure et l'ordinateur est de seulement 176 KB/s quelle est la fréquence d'échantillonnage maximale  $f_{e_{max}}$ , compatible avec ce débit ? (fournir le calcul établissant cette valeur)

1.3) Pour cette question nous retrouvons le signal  $s(t)$  de la question 1). Ajuster la gamme de fréquences utilisable pour  $f_1$ ,  $f_2$  et  $f_3$  afin de pouvoir reconstruire  $s(t)$  si seul le signal  $s(t)$  est échantillonné par  $f_{e_{max}}$ .

1.4) On suppose ici que l'ajustement décrit en 1.3) est effectué sur les 3 fréquences de  $s(t)$  et nous retrouvons le signal  $s_{out}(t)$  qui inclut les perturbations de la question 1.1). Que se passe-t-il si on échantillonne  $s_{out}(t)$  avec la fréquence  $f_{e_{max}}$  obtenue à la question précédente ? Préciser si les deux types de perturbations, A et B, décrits en 1.1) ont le même effet.

1.5) En conséquence de la question 1.4) que faut-il faire sur le signal  $s_{out}(t)$  avant de l'échantillonner avec  $f_{e_{max}}$  ? On demande de préciser quantitativement votre réponse. On note  $s'(t)$  le signal ainsi obtenu avant échantillonnage. Le résultat de l'échantillonnage est noté  $\hat{s}'(t)$ .

1.6) On reconstruit un signal  $s'(t)$  à partir de  $\hat{s}'(t)$  ; comment obtient-on  $s(t)$  à partir de  $s'(t)$  ?

1.7) Comment peut-on extraire chacune des 3 composantes de  $s(t)$  ?

---

## Question Ouverte 2 : (4 pts) jeu de rôles et entropie de l'usage de dés

Pour jouer dans un jeu de rôles, vous utilisez des dés à 6 faces numérotées de 1 à 6.

2.1) Calculer l'entropie  $H(X)$  des 6 valeurs résultant du jet d'un dé à 6 face ; pour cet exercice on pose que chaque face du dé possède la même fréquence d'apparition (donner une valeur au centième près pour  $H(X)$  ).

2.2) Vous trouvez un coffre mystérieux ; vous lancez un dé pour déterminer son contenu : si le dé donne 1 ou 2 ou 3, vous obtenez 100 pièces d'or. Si le dé donne 4 ou 5, vous obtenez une couronne magique. Si le dé donne 6, vous tombez dans un piège. Calculer l'entropie  $H(X)$  des 3 résultats possibles du coffre en utilisant leur fréquence d'apparition (donner une valeur au dixième près pour  $H(X)$  ).

2.3) Un gobelin vous blesse dans un affrontement ; vous perdez un nombre de points de vie égal à la somme de deux dés à 6 faces. Calculer l'entropie  $H(X)$  de ces pertes en identifiant dans un premier temps les valeurs distinctes de pertes possibles et leur fréquence d'apparition. Ensuite on demande seulement l'expression développée de  $H(X)$  montrant une somme de termes de la forme  $p \cdot \log_2(1/p)$  avec les valeurs numériques de  $p$ . Il n'est pas nécessaire d'aller plus loin dans le calcul).

2.4) Vous avez le choix entre deux épreuves vous permettant d'obtenir des points d'expérience. Les points sont obtenus:

- avec le lancer de 3 dés à 6 faces pour la première épreuve
- avec un dé à 20 faces numérotées de 1 à 20 (oui, ça existe) pour la seconde épreuve.

De par votre grande sagesse, vous préférez choisir l'épreuve avec l'entropie d'obtention des points d'expérience la plus faible. La réponse doit être justifiée mais c'est possible de le faire sans calculer les valeurs numériques des entropies.