Série 6

1 Nombre de bits

a) En mars 2022, combien de bits sont nécessaires pour représenter les informations suivantes?

1. le nombre d'étudiants inscrits en GC et MX en BA1 à l'EPFL
2. le nombre total d'étudiants inscrits à l'EPFL
3. le nombre de vues d'une vidéo sur Youtube
4. le nombre d'habitants sur la planète Terre

b) Seul un certain nombre des 250 étudiants inscrits à un cours se présentent à un examen. Combien de bits sont nécessaires pour enregistrer les informations suivantes?

1. le nombre d'étudiants présents lors de l'examen
2. la liste des étudiants présents à l'examen
   (en supposant qu'on dispose déjà de la liste complète des noms des étudiants)

2 Conversion de décimal en binaire

Ecrire un algorithme qui prenne en entrée une liste L de n chiffres représentant un nombre entier positif en écriture décimale (par exemple: $L = (1, 9, 8, 4)$, représentant 1984) et dont la sortie soit une autre liste M de m bits représentant le même nombre en binaire (dans l'exemple, on voudrait donc $M = (1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$). Quelle est la complexité temporelle de votre algorithme? (exprimée en fonction de n, avec la notation $\Theta(\cdot)$)

3 Utiliser la décomposition binaire

a) L'algorithme suivant (qui remonte à l'Egypte ancienne!) n'utilise que des opérations d'addition et de soustraction, ainsi que des multiplications et divisions par 2, très faciles à exécuter avec la représentation binaire. Mais que fait-il exactement? (essayer avec $x = 7$ et $y = 5$)

devinette

entrée : *x, y deux nombres entiers positifs*
sortie : *???*

```
z ⟵ 0
Tant que y ≥ 1
    Si y est pair
        x ⟵ 2 · x
        y ⟵ y/2
    Sinon
        z ⟵ z + x
        y ⟵ y − 1
Sortir : z
```

b) Si x et y sont des nombres nécessitant chacun n bits en représentation binaire, quelle est la complexité temporelle de l'algorithme ci-dessus? (utiliser la notation $\Theta(\cdot)$)

4 10 rats pour 1'000 bouteilles

Vous organisez un mariage et avez commandé à cette occasion 1'000 bouteilles d'un excellent cru. Manque de chance, il semble qu'un petit malin a introduit dans une (et une seule) de ces bouteilles un poison incolore, insipide et inodore, dont les effets sont dévastateurs (vomissements, convulsions, ...), mais au bout d'environ 24h seulement (i.e., le moment exact où le poison fait effet peut fluctuer d'une ou deux heures). Pour trouver la bouteille empoisonnée, vous disposez de 10 rats testeurs. Votre problème: nous sommes vendredi à 10h du matin et le mariage a lieu demain samedi à 15h. Comment allez-vous procéder pour être en mesure de pouvoir servir les 999 bouteilles non-empoisonnées au mariage?

Indication: Pour commencer à réfléchir au problème, on peut penser à la situation où on a seulement 4 bouteilles à tester et 2 rats à disposition.

Note: La résolution de ce problème n'est pas seulement utile aux organisateurs de mariages! L'algorithme de Hamming, basé sur ce principe, permet de localiser des erreurs de transmission dans de très longs messages, en utilisant un petit nombre de bits de parité pour coder les messages envoyés.