

# Cours Euler: Corrigé 3

le 7 septembre 2022

## Exercice 1

- a.  $-12 - 34 + 34 - [-(56 - 22) + 12] + (-78)$   
 $= (-12) - (+34) + (+34) - \{ -[(+56) - (+22)] + (+12) \} + (-78)$
- b.  $48 - \{-90 - [-50 + 12 - (-14)] - 50\} - 9$   
 $= (+48) - \{(-90) - [(-50) + (+12) - (-14)] - (+50)\} - (+9)$
- c.  $-[49 + (+12) - (-89)] + (8 - 67 + 89) - (-23 - 12)$   
 $= -[(+49) + (+12) - (-89)] + [(+8) - (+67) + (+89)] - [(-23) - (+12)]$
- d.  $- | 64 - 87 - [-23 + 12 - (8 - 47)] + 12 | + 13$   
 $= - | (+64) - (+87) - \{(-23) + (+12) - [(+8) - (+47)]\} + (+12) | + (+13)$
- e.  $-\{-[-(-3)]\}$

## Exercice 2

- |                      |         |                             |         |
|----------------------|---------|-----------------------------|---------|
| a) $-(17 - 17) - 34$ | $= -34$ | e) $17 - 17 - (17 - 17)$    | $= 0$   |
| b) $17 - 17 - 34$    | $= -34$ | f) $-(17 - 17) - (17 - 17)$ | $= 0$   |
| c) $-17 - (17 - 34)$ | $= 0$   | $-17 - (17 - 17 - 17)$      | $= 0$   |
| d) $17 - (17 - 34)$  | $= 34$  | g) $17 - 17 - 17 - 17$      | $= -34$ |

En ajoutant autant de parenthèses que l'on souhaite à l'expression  $-7-7-7-7-7$ , on peut obtenir les nombres  $-35, -21, 21, -7$  et  $7$ . On donne ci-dessous quelques manières d'obtenir ces nombres (en effet, il y a d'autres manières de placer les parenthèses pour obtenir les mêmes résultats) :

$$-35 = -7 - 7 - 7 - 7 - 7 \quad \text{et} \quad -21 = -7 - 7 - 7 - (7 - 7) = -(7 - 7) - 7 - 7 - 7$$

$$-7 = -7 - 7 - (7 - 7 - 7) = -7 - [7 - 7 - (7 - 7)] \quad \text{et} \quad 7 = -[7 - (7 - 7) - 7 - 7] = -[7 - 7 - (7 - 7) - 7]$$

$$21 = -7 - (7 - 7 - 7 - 7) = -[(7 - 7) - 7 - 7 - 7]$$

**Exercice 3**

Les réponses suivantes sont celles des manuels scolaires. Il y a quelques boulettes : h) la réponse est 23; n) il faut remplacer 9 par 5; o) il faut lire  $(2 + 5)^2 = 49$ ; p) le calcul porte sur l'expression  $(2 \cdot 4) : 5 = 1,6 = \frac{8}{5}$ .

a)	$(12 \cdot 4) \cdot 2 = 96$	$12 \cdot 4 \cdot 2 = 96$
b)	$(24 + 15) = (15 + 24)$	$24 + 15 = 15 + 24$
c)	$(5 + 27) + 3 = (27 + 3) + 5$	$5 + 27 + 3 = 27 + 3 + 5$
d)	$9 + (6 + 4) = (9 + 6) + 4$	$9 + 6 + 4 = 9 + 6 + 4$
e)	$(15 \cdot 3) \cdot 10 = 15 \cdot (10 \cdot 3)$	$15 \cdot 3 \cdot 10 = 15 \cdot 10 \cdot 3$
f)	$5 \cdot (20 + 4) = (5 \cdot 20) + (5 \cdot 4)$	$5 \cdot (20 + 4) = 5 \cdot 20 + 5 \cdot 4$
g)	$(17 \cdot 3) = (3 \cdot 17)$	$17 \cdot 3 = 3 \cdot 17$
h)	$3 + [16 + (5 - 9)] = 15$	$3 + 16 + 5 - 9 = 15$
i)	$(3 + 2) \cdot 4 \cdot (5 \cdot 2) = \dots$	$(3 + 2) \cdot 4 \cdot 5 \cdot 2 = 200$
j)	$15 - [(3 \cdot 2) + 9] = \dots$	$15 - [3 \cdot 2 + 9] = 0$
k)	$(12 - 4) - 2 = \dots$	$12 - 4 - 2 = 6$
l)	$48 : (12 : 4) = \dots$	$48 : (12 : 4) = 16$
m)	$(13 - 9) \cdot 12 = \dots$	$(13 - 9) \cdot 12 = 48$
n)	$(\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}) : 5 = \dots$	$\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} : 5 = 1$
o)	$(2 + 5^2) = \dots$	$2 + 5^2 = 27$
p)	$2 \cdot 4 : (-5) = \dots$	$2 \cdot 4 : (-5) = -1,6$

Pour chacune des questions, on a soit enlevé des parenthèses en utilisant une règle conventionnelle de priorité, soit des parenthèses superflues en utilisant une propriété des opérations :

- a) Parenthèse superflue : Associativité de la multiplication
- b) Parenthèse superflue : Il n'y a aucune opération à l'extérieur des parenthèses
- c) Parenthèse superflue : Associativité de l'addition
- d) Parenthèse superflue : Associativité de l'addition
- e) Parenthèse superflue : Associativité de la multiplication
- f) Règle conventionnelle de priorité : Règle de priorité de la multiplication sur l'addition
- g) Parenthèse superflue : Il n'y a aucune opération à l'extérieur des parenthèses

- h) Parenthèse superflue : Associativité de l'addition et propriété de la soustraction  
 i) Parenthèse superflue : Associativité de la multiplication  
 j) Règle conventionnelle de priorité : Règle de priorité de la multiplication sur l'addition  
 k) Règle conventionnelle de priorité : Règle de priorité de la lecture de gauche à droite en présence de "+" et "-" uniquement.  
 l) On n'a enlevé aucune parenthèse.  
 m) On n'a enlevé aucune parenthèse.  
 n) Règle conventionnelle de priorité : Règle de priorité de la lecture de gauche à droite en présence de "." et ":" uniquement.  
 o) Parenthèse superflue : Il n'y a aucune opération à l'extérieur des parenthèses  
 p) On n'a enlevé aucune parenthèse.

**Exercice 4**

- 1)  
 a)  $(+25) + (+85) + (-15) = 25 + 85 - 15 = 110 - 15 = 95$   
 b)  $(-54) + (-116) + (-84) = -54 - 116 - 84 = -170 - 84 = -254$   
 c)  $(-36) + (+72) + (+36) = -36 + 72 + 36 = 72$   
 d)  $(+88) + (-52) + (+30) + (+22) = 88 - 52 + 30 + 22 = 88 - 52 + 52 = 88$   
 e)  $(-5) + (+105) + (-72) + (-32) = -5 + 105 - 72 - 32 = 100 - 104 = -4$   
 f)  $(+15) + (-175) + (-25) + (-10) = 15 - 175 - 25 - 10 = 15 - 210 = -195$   
 g)  $(-16) + (-44) + (-15) + (+75) = -16 - 44 - 15 + 75 = -60 + 60 = 0$   
 h)  $(+84) + (-41) + (+10) + (-43) = 84 - 41 + 10 - 43 = 43 + 10 - 33 = 10$
- 2) Aucune parenthèse de priorité n'est nécessaire dans ces expressions car l'addition est associative.
- 3)  
 a)  $(-3) \cdot (-4) \cdot (-5) = 12 \cdot (-5) = -60$   
 b)  $(+2) \cdot (-6) \cdot (-8) = 2 \cdot (-6) \cdot (-8) = 2 \cdot 48 = 96$   
 c)  $(-4) \cdot (-5) \cdot 2 \cdot (+6) = -4 \cdot (-5) \cdot 2 \cdot 6 = 20 \cdot 12 = 240$   
 d)  $(-10) \cdot (+4) \cdot (+3) \cdot (-1) = -10 \cdot 4 \cdot 3 \cdot (-1) = -40 \cdot (-3) = 120$   
 e)  $(+6) \cdot 0 \cdot (-7) \cdot (-9) = 6 \cdot 0 \cdot (-7) \cdot (-9) = 0$   
 f)  $(+4) \cdot (+1) \cdot (-3) \cdot (-11) = 4 \cdot 1 \cdot (-3) \cdot (-11) = -12 \cdot (-11) = 132$   
 g)  $(-5) \cdot (+4) \cdot (-5) \cdot (-1) = -5 \cdot 4 \cdot (-5) \cdot (-1) = -20 \cdot 5 = -100$   
 h)  $(-8) \cdot (+5) \cdot (-2) \cdot (+2) = -8 \cdot 5 \cdot (-2) \cdot 2 = -40 \cdot (-4) = 160$

- 4)
- a)  $(-4) \cdot (+3) \cdot (-5) \cdot (+10) = -4 \cdot 3 \cdot (-5) \cdot 10 = -12 \cdot (-50) = 600$
- b)  $(+2) \cdot (+6) \cdot (+5) \cdot (-5) \cdot (-4) = 2 \cdot 6 \cdot 5 \cdot (-5) \cdot (-4) = 60 \cdot 20 = 1200$
- c)  $(+12) \cdot (-1) \cdot (+13) \cdot (-1) \cdot 0 = 12 \cdot (-1) \cdot 13 \cdot (-1) \cdot 0 = 0$
- d)  $[(-8) \cdot (+3)] \cdot (+5) = -8 \cdot 3 \cdot 5 = -24 \cdot 5 = -120$
- 5) Aucune parenthèse de priorité n'est nécessaire dans ces expressions de multiplication par la propriété d'associativité de la multiplication.

**Exercice 5**

- a)  $3 + 56 + 18 + (-3) = (+3) + (+56) + (+18) + (-3)$
- b)  $-6 - 67 : 8 + 34 \cdot 4 = \{(-6) - [(+67) : (+8)]\} + [(+34) \cdot (+4)]$
- c)  $18 : 18 : 18 : 18 = \{[(+18) : (+18)] : (+18)\} : (+18)$
- d)  $-7 + 98 + 56 + (-34) = (-7) + (+98) + (+56) + (-34)$
- e)  $-5 : 6 : 7 = [(-5) : (+6)] : (+7)$
- f)  $45 + 8 \cdot (-78) + 4 : (5 \cdot 3) = (+45) + [(+8) \cdot (-78)] + \{(+4) : [(+5) \cdot (+3)]\}$

**Exercice 6**

- a.  $23 - [ -(-10) - 12 - (-12) + 13 ] + 7 = 23 - (10 - 12 + 12 + 13) + 7$   
 $= 23 - 23 + 7$   
 $= 7$
- b.  $-215 + 84 - [67 - (-4) - (67 + 33)] + 2 = -215 + 84 - (67 + 4 - 100) + 2$   
 $= -215 + 84 - (-29) + 2$   
 $= -215 + 84 + 29 + 2$   
 $= -100$
- c.  $10 - \{10 - [10 - (10 - 10)]\} = 10 - [10 - (10 - 0)]$   
 $= 10 - (10 - 10)$   
 $= 10 - 0$   
 $= 10$
- d.  $|- \{ - [ - (-7) ] \} | = | - [ - (+7) ] |$   
 $= | -(-7) |$   
 $= | +7 |$   
 $= (+7)$

$$\begin{aligned}
\text{e. } & | -78 - [(+34) - (67 + 45) - 12] + 43 | - [45 - (-10)] \\
& = | -78 - ((+34) - 112 - 12) + 43 | - (45 + 10) \\
& = | -78 - (-90) + 43 | - 55 \\
& = | -78 + 90 + 43 | - 55 \\
& = | 55 | - 55 \\
& = 55 - 55 \\
& = 0
\end{aligned}$$

**Exercice 7**

$$\begin{aligned}
\text{a. } -1300 : \{-700 : [560 : (-6400 : 80)]\} &= -1300 : \{-700 : [560 : (-80)]\} \\
&= -1300 : [-700 : (-7)] \\
&= -1300 : 100 \\
&= -13
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{b. } \{-2400 : | 36 : | -72 : | 144 : (-12) |||\} \cdot [48 : (-12)] : | (56 : 7) \cdot 2 | \\
&= \{-2400 : | 36 : | -72 : | -12 |||\} \cdot (-4) : | 8 \cdot 2 | \\
&= \{-2400 : | 36 : | -72 : 12 |||\} \cdot (-4) : | 16 | \\
&= \{-2400 : | 36 : | -6 |||\} \cdot (-4) : 16 \\
&= \{-2400 : | 36 : 6 |||\} \cdot (-4) : 16 \\
&= \{-2400 : | 6 |||\} \cdot (-4) : 16 \\
&= (-2400 : 6) \cdot (-4) : 16 \\
&= (-400) \cdot (-4) : 16 \\
&= (400 \cdot 4) : 16 \\
&= 1600 : 16 \\
&= 100
\end{aligned}$$

**Exercice 8**

$$\text{a. } (+34) - (-35) + (+36) - (+37) + (-38) = 34 + 35 + 36 - 37 - 38 = 30$$

$$\text{b. } (-5) - [(-8) \cdot (-9)] + [(+86) : (+24)] - (-7) = -5 - (-8) \cdot (-9) + 86 : 24 + 7 \notin \mathbb{Z}$$

$$\text{c. } -4 \cdot (-67 - 8) + (89 : 67) : 35 + 8 + (4 + 5) = -4 \cdot (-67 - 8) + 89 : 67 : 35 + 8 + 4 + 5 \notin \mathbb{Z}$$

$$\text{d. } \{[(-18 - 18) - 18] - 18\} = -18 - 18 - 18 - 18 = -72$$

$$\text{e. } -\{18 - [18 - (18 - 18)]\} = -[18 - (18 - 0)] = -(18 - 18) = 0$$

**Exercice 9**

$$\begin{aligned}
\text{a. } 8 \cdot 7 - 2 \cdot 5 \cdot 6 - 6 \cdot 5 : 2 + 12 &= 56 - 10 \cdot 6 - 30 : 2 + 12 \\
&= 56 - 60 - 15 + 12 \\
&= -4 - 15 + 12 \\
&= -19 + 12 \\
&= -7
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b. } -\{[24 : (3 \cdot 2)] - 4 \cdot 4\} - [7 \cdot (-8) - 48 : 6 : 2] &= -[-(24 : 6) - 16] - (-56 - 8 : 2) \\
 &= -(-4 - 16) - (-56 - 4) \\
 &= -(-20) - (-60) \\
 &= 20 + 60 \\
 &= 80
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c. } -5 - \{560 : [9 \cdot (-5) - 5 \cdot 7]\} \cdot \{-[4 - (4 \cdot 6)] - [350 : (7 \cdot 10)] \cdot 3\} - 30 \\
 &= -5 - [560 : (-45 - 35)] \cdot \{-(4 - 24) - (350 : 70) \cdot 3\} - 30 \\
 &= -5 - [560 : (-80)] \cdot \{-(-20) - 5 \cdot 3\} - 30 \\
 &= -5 - (-7) \cdot (20 - 15) - 30 \\
 &= -5 - (-7) \cdot 5 - 30 \\
 &= -5 - (-35) - 30 \\
 &= -5 + 35 - 30 \\
 &= 30 - 30 \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

**Exercice 10**

$$\text{a) } 5 \cdot 4 - 8 - 12 \cdot (-7) : 3 + 8 = 20 - 8 - (-28) + 8 = 48$$

$$\text{b) } (8 - 8 \cdot 7) : (45 : 9 - 11) = (8 - 56) : (5 - 11) = (-48) : (-6) = 8$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } (+14) - \{(-6) + (+56) : [(-6) - (-14)]\} &= (+14) - [-6 + 56 : 8] \\
 &= 14 - (-6 + 7) \\
 &= 14 - 1 \\
 &= 13
 \end{aligned}$$

$$\text{d) } -8 - 3 + 75 \cdot 2 : (-3) - (-61) = -8 - 3 + (-50) + 61 = 0$$

$$\begin{aligned}
 \text{e) } -27 : \{42 : [-56 : (-36 : 9)]\} &= -27 : \{42 : [-56 : (-4)]\} \\
 &= -27 : (42 : 14) \\
 &= -27 : 3 \\
 &= -9
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{f) } -8 - \{-8 - [-8 - (-8 - 8) - 8] - 8\} &= -8 - \{-8 - [-8 - (-16) - 8] - 8\} \\
 &= -8 - (-8 - 8) \\
 &= -8 - (-16) \\
 &= 8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{g) } -|-7-|-7-7|-7| &= -|-7-|-14|-7| \\
 &= -|-7-14-7| \\
 &= -|-28| \\
 &= -(+28) \\
 &= -28
 \end{aligned}$$

**Exercice 11**

$$\begin{aligned} \text{a) } (+25) + (-23) + (+75) + (+10) + (-77) &= 25 - 23 + 75 + 10 - 77 \\ &= 2 - 2 + 10 \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (-34) - (+16) + (-50) + (+48) - (-13) &= -34 - 16 - 50 + 48 + 13 \\ &= -50 - 50 + 48 + 13 \\ &= -100 + 61 \\ &= -39 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } (+12) \cdot (+7) \cdot (-2) \cdot (+1) &= 12 \cdot 7 \cdot (-2) \cdot 1 \\ &= 12 \cdot (-14) \\ &= -168 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } (-495) : (+89) \cdot 0 &= -495 : 89 \cdot 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } (-480) : (-6) : (+8) : (+2) : (-5) &= 480 : 6 : 8 : 2 : (-5) \\ &= 80 : 8 : 2 : (-5) \\ &= 10 : 2 : (-5) \\ &= 5 : (-5) \\ &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } -(+5) \cdot (+8) : (+20) &= -5 \cdot 8 : 20 \\ &= -40 : 20 \\ &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } (-4) - (+5) \cdot (-12) + (+56) + (-77) : (-11) &= -4 - (-60) + 56 + 7 \\ &= -4 + 60 + 56 + 7 \\ &= 112 + 7 \\ &= 119 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h) } [(+9) - (+15)] \cdot [(-78) - (+59)] &= -6 \cdot (-137) \\ &= 822 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i) } (-2) \cdot [ -(-4) - (-16) ] : [(+125) : (+25)] &= -2 \cdot 20 : 5 \\ &= -2 \cdot 4 \\ &= -8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{j) } -\{(-42) : (+7) - (-9) - [(+8) - (-4) \cdot (-6)]\} + (-19) &= -[-6 + 9 - (8 - 24)] + (-19) \\ &= -(3 + 16) + (-19) \\ &= -19 + (-19) \\ &= -38 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{k) } -5 - 6 - (-5) + (-6) &= -5 - 6 + 5 - 6 \\ &= -6 - 6 \\ &= -12 \end{aligned}$$

$$l) \quad 3 - 8 \cdot (-8) - 7 \cdot 9 : 3 = 3 + 64 - 21 = 46$$

$$m) \quad |-9 - 1| \cdot (-1) = |-10| \cdot (-1) = (+10) \cdot (-1) = -10$$

$$\begin{aligned} n) \quad -|-7 - |-7 - 7||-7| &= -|-7 - |-14||-7| \\ &= -|-7 - (+14)||-7| \\ &= -|-7 - 14||-7| \\ &= -|-28||-7| \\ &= -(+28) \\ &= -28 \end{aligned}$$

$$o) \quad -\{-[-(-1)]\} = -[-(+1)] = -(-1) = 1$$

### Exercice 12

Ils ont tous deux 61 ans. En effet les informations sont identiques pour les deux amis. Que l'on soustraie 1 ou ajoute  $n - 1$ , les propriétés de divisibilité par  $n$  sont les mêmes. Les équations les plus simples à résoudre sont celles qui concernent le deuxième ami. On sait que son âge  $x$  auquel on soustrait 1 est divisible par 2, 3, 4 et 5. Il est donc divisible par le ppmc de ces nombres, c'est-à-dire 60. Ces amis de longue date ne peuvent avoir ni un an, ni 121 ans. Ils ont donc 61 ans !