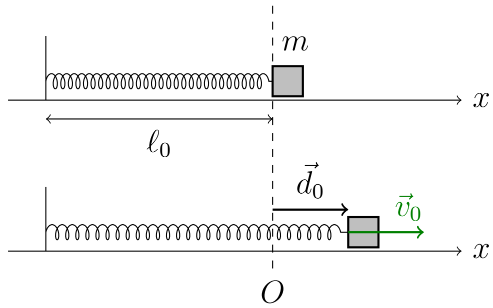
Ces exercices mettent en application, dans des cas simples, les notions et exemples vus au cours. Ils sont donc à faire avant les problèmes proposés en séance d'exercice.

Série 2 : oscillateurs harmoniques

1. **Oscillateur harmonique horizontal**

   Sur un rail horizontal, une masse m est reliée à un mur au moyen d'un ressort de longueur naturelle ℓ_0 et de raideur k. En tirant sur la masse, on allonge le ressort d'une déformation $\vec{d}_0$. A un instant t_0, on laisse partir la masse, en lui donnant une vitesse initiale $\vec{v}_0$.

   Tous les frottements sont négligeables.



   (a) Représenter toutes les forces exercées sur la masse et écrire la deuxième loi de Newton, vectoriellement.

   (b) En plaçant l'origine O à une distance ℓ_0 du mur, la déformation du ressort s'écrit $\vec{d} = x\vec{e}_x$, où $\vec{e}_x$ est un vecteur unitaire selon l'axe x. Montrer que l'évolution selon $\vec{e}_x$ de la masse est donnée par

$$-kx = ma_x = m\ddot{x} \quad \forall\, t\,, \qquad x(t_0) = x_0 \quad v(t_0) = v_0\,.$$

   (c) Vérifier par substitution que la solution est

$$x(t) = x_0 \cos\big(\omega_0(t-t_0)\big) + \frac{v_0}{\omega_0}\sin\big(\omega_0(t-t_0)\big)$$

   où $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$.

   (d) Vérifier que la période du mouvement est $T = \dfrac{2\pi}{\omega_0}$.

   Rappel : une fonction $f(t)$ est périodique selon la définition

$$\exists\, T \neq 0, \text{ t.q. } f(t+T) = f(t) \quad \forall\, t\,.$$

   La période est le plus petit $T > 0$ vérifiant la condition de périodicité.