

Série 03 : Oscillations, systèmes de coordonnées

Question conceptuelles

- Soit O le centre d'une montre. On définit un axe x selon l'aiguille des minutes et un axe z selon l'aiguille des heures. Où est l'axe y qui forme un repère orthonormé droit $Oxyz$ quand il est 9h? ou bien 15h?
- Sachant que le soleil se lève à l'est et se couche à l'ouest, le vecteur de vitesse angulaire de rotation de la Terre est-il orienté du pôle nord au pôle sud, ou bien du pôle sud au pôle nord?

1 Trajectoire elliptique

Un point matériel de masse m se déplace dans le plan défini par le repère orthonormé Oxy de façon à ce que son vecteur position soit donné par

$$\vec{r} = A \cos(\omega t) \hat{i} + B \sin(\omega t) \hat{j}$$

où A , B et ω sont des constantes positives et \hat{i} et \hat{j} sont les vecteurs unitaires des axes Ox et Oy .

- Montrer que le point matériel parcourt une ellipse. Esquissez les vecteurs vitesse \vec{v} et accélération \vec{a} au long de la trajectoire. Montrer que si $A \neq B$, les vecteurs $\vec{r}(t)$ et $\vec{v}(t)$ ne sont en général pas orthogonaux.
- Donnez l'expression de la force déterminant ce mouvement.
- De quel type de force s'agit-il? Quelle est la différence avec la force gravitationnelle?

2 Lance-pierre



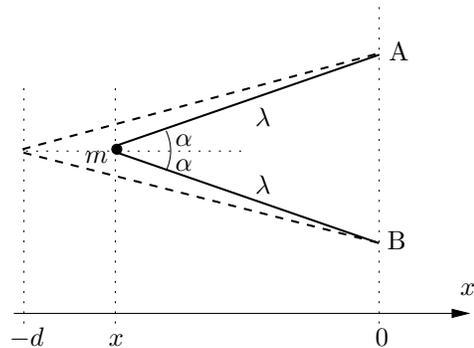
Bart Simpson joue avec un lance-pierre formé d'un élastique sans masse de longueur à vide nulle tendu entre les deux extrémités A et B d'une branche fourchue rigide. Il prend une pierre, la place au milieu de l'élastique (à mi-distance entre A et B), la tire en arrière sur une distance d perpendiculairement à AB avec une force maximale \vec{F}_{\max} , puis la lâche avec une vitesse nulle. La pierre est alors propulsée hors du lance-pierre avec une vitesse \vec{v}_0 .

- Écrire la condition d'équilibre avant que la pierre ne soit relâchée. Projeter cette relation suivant l'axe x et en déduire la raideur k en fonction de F_{\max} et d .

- b) Écrire l'équation différentielle pour la position $x(t)$ de la pierre pendant la phase de propulsion. A quel type de mouvement correspond-elle? Donner la solution générale de cette équation.
- c) Utiliser les conditions initiales (la vitesse de la pierre est nulle au moment où elle est lâchée en $x = -d$) pour déterminer la solution particulière.
- d) Déterminer la vitesse de la pierre à la position $x=0$ à partir de la solution $x(t)$. Sachant que la pierre quitte le lance-pierre à la position $x=0$, exprimer la masse m en fonction de F_{\max} , V_0 et d .

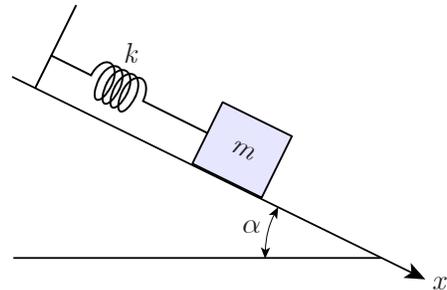
Marche à suivre pour la résolution

Définir un axe x perpendiculaire à AB, dans le sens de \vec{v}_0 , ayant son origine sur la droite AB (voir figure). Noter λ la longueur de chaque moitié de l'élastique et α l'angle que fait chaque moitié de l'élastique avec l'axe x durant la propulsion de la pierre; λ et α dépendent de x , où x est la position de la pierre ($-d \leq x \leq 0$). Négliger les effets de pesanteur et de frottement de l'air.



3 Oscillateur sur un plan incliné

Un point matériel pesant, de masse m , est astreint à se déplacer sur une droite inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale. Il n'y a pas de frottement. Le point matériel est retenu par un ressort de longueur au repos l_0 et de constante élastique k .



- a) Établir le bilan des forces
- b) Trouver l'équation du mouvement
- c) Quelle est la période des oscillations?