

Ces exercices mettent en application, dans des cas simples, les notions et exemples vus au cours. Ils sont donc à faire avant les problèmes proposés en séance d'exercice.

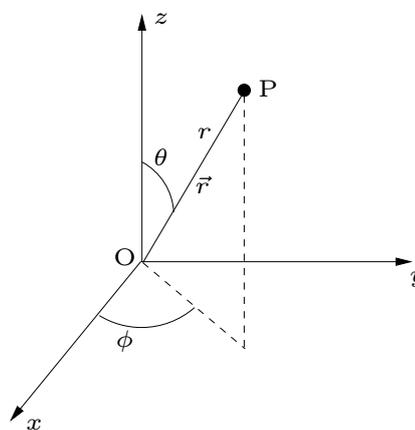
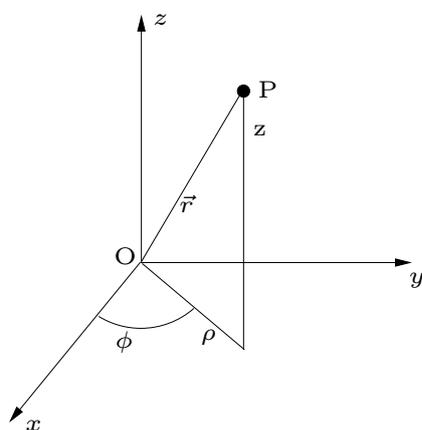
## Série 4 : problèmes à contraintes

### 1. Changement de repère et systèmes de coordonnées

- (a) Soit un vecteur  $\vec{v}$  dont les coordonnées dans un repère  $Oxyz$  s'écrivent  $\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$ .

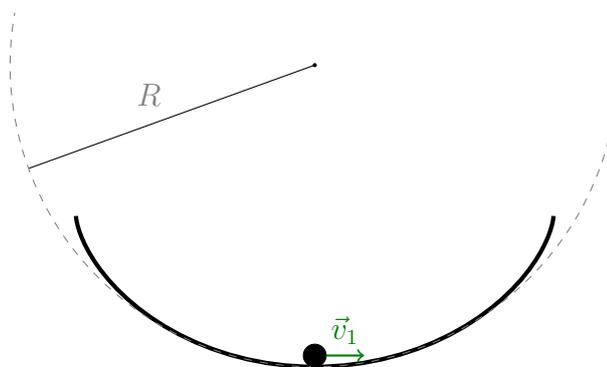
Comment s'écrira ce vecteur dans un repère  $Ox'y'z'$  où les axes  $z$  et  $z'$  sont identiques et où  $\theta$  est l'angle entre  $x$  et  $x'$  ainsi qu'entre  $y$  et  $y'$  ?

- (b) Quelles sont les projections du rayon vecteur  $\vec{OP}$  sur les axes cartésiens des figures ci-dessous, en fonction des coordonnées cylindriques  $(\rho, \phi, z)$  ou sphériques  $(r, \theta, \phi)$ .



### 2. Accélération normale

Une petite bille de masse  $m$  est lâchée le long d'un rail se trouvant dans un plan vertical. Lorsqu'elle arrive au point le plus bas, elle possède une vitesse  $\vec{v}_1$ . A cet endroit, le rail a un rayon de courbure  $R$ .



Déterminer la force de soutien exercée par le rail sur la bille au point le plus bas de la trajectoire. On supposera que les frottements sont négligeables.

### 3. Looping

Un wagonnet de grand huit, soumis à son poids  $m\vec{g}$ , se déplace sur la piste dessinée ci-dessous. La vitesse initiale est suffisante pour que la vitesse du wagonnet soit non nulle en tout point de la trajectoire. Dessiner les vecteurs accélérations normales  $\vec{a}_n$  et tangentielles  $\vec{a}_t$  aux points A, B, C, D, E et F, pour les situations suivantes :

- (a) la piste se trouve dans un plan vertical et le wagonnet se déplace de A à F ;
- (b) la piste se trouve dans un plan vertical et le wagonnet se déplace de F à A ;
- (c) la piste se trouve dans un plan horizontal et le wagonnet se déplace de A à F.

