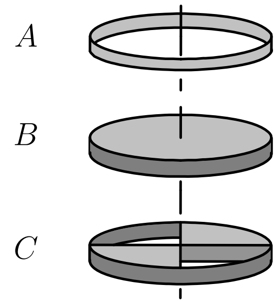
Ces exercices mettent en application, dans des cas simples, les notions et exemples vus au cours. Ils sont donc à faire avant les problèmes proposés en séance d'exercice.

Série 11 : moment d'inertie

1. **Accélération angulaire**

   Les trois corps ci-contre sont homogènes, de même rayon et de même masse.

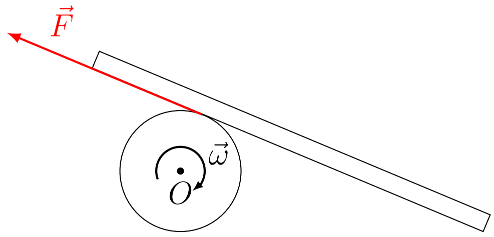
   Classer les corps A, B et C par ordre croissant de difficulté à modifier leur vitesse angulaire autour de l'axe indiqué sur le dessin.



2. **Freinage d'un cylindre en rotation**

   Un cylindre de rayon R, de masse m et de moment d'inertie $I_O = \frac{1}{2}mR^2$ tourne autour de son axe de symétrie O avec une vitesse angulaire $\vec{\omega}_0$.

   Une planche vient alors s'appuyer contre le cylindre et exerce sur celui-ci une force de frottement $\vec{F}$ tangentielle dont l'intensité est proportionnelle à la vitesse angulaire : $|\vec{F}| = k\omega$, $k \in \mathbb{R}$.



   (a) En utilisant le théorème du moment cinétique, donner l'équation différentielle pour la vitesse angulaire $\omega(t)$.

   (b) Quelle est la forme de la solution ? Déterminer l'évolution $\omega(t)$ de la vitesse angulaire en tenant comptes des conditions initiales.

3. **Mouvement d'un solide**

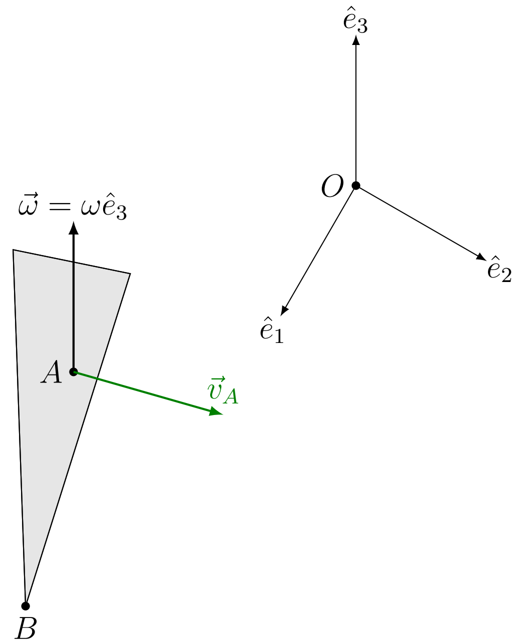
On considère une plaque triangulaire en mouvement et un point A de celle-ci. A chaque instant, la plaque reste parallèle au plan $(O, \hat{e}_1, \hat{e}_2)$

La vitesse de tout point B du solide peut s'écrire comme

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AB}\,,$$

$\vec{\omega}$ étant la vitesse angulaire du solide (cf. cours). On peut voir le mouvement de B comme une rotation autour de A, le point A étant lui-même en mouvement.

On choisit ici $\vec{\omega}$ vertical (parallèle à $\hat{e}_3$).



(a) Vérifier que la vitesse angulaire $\vec{\omega}$ du solide n'est pas dépendante du choix de A. Pour cela, considérer que le solide est en rotation autour d'un autre point A^* avec une vitesse angulaire $\vec{\omega}^*$, A^* étant aussi en mouvement,

$$\vec{v}_B = \vec{v}_{A^*} + \vec{\omega}^* \wedge \overrightarrow{A^*B}\,,$$

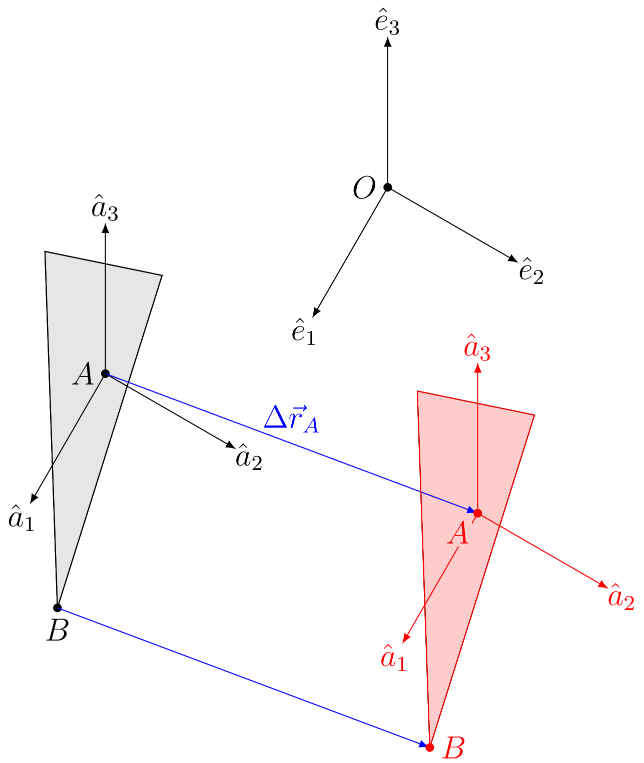
et montrer que $\vec{\omega}^* = \vec{\omega}$.

(b) On donne ci-dessous la position de la plaque à deux instants, ainsi que la trajectoire du point A et d'un point B.

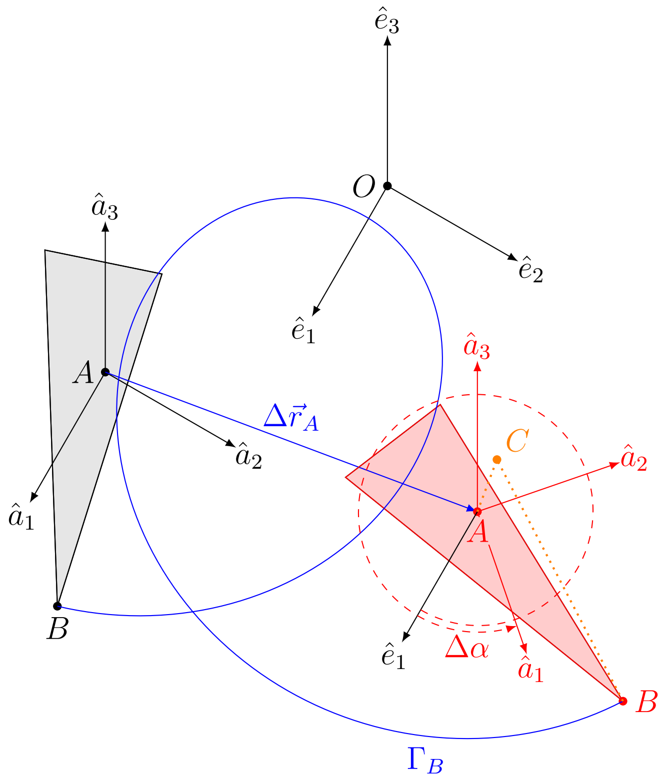
Donner $\vec{v}_A$ et $\vec{\omega}$ (aussi simplement que possible) et caractériser les mouvements (translation, rotation, mouvement hélicoïdal) au second instant.

Le repère $(A, \hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3)$ est lié au solide.

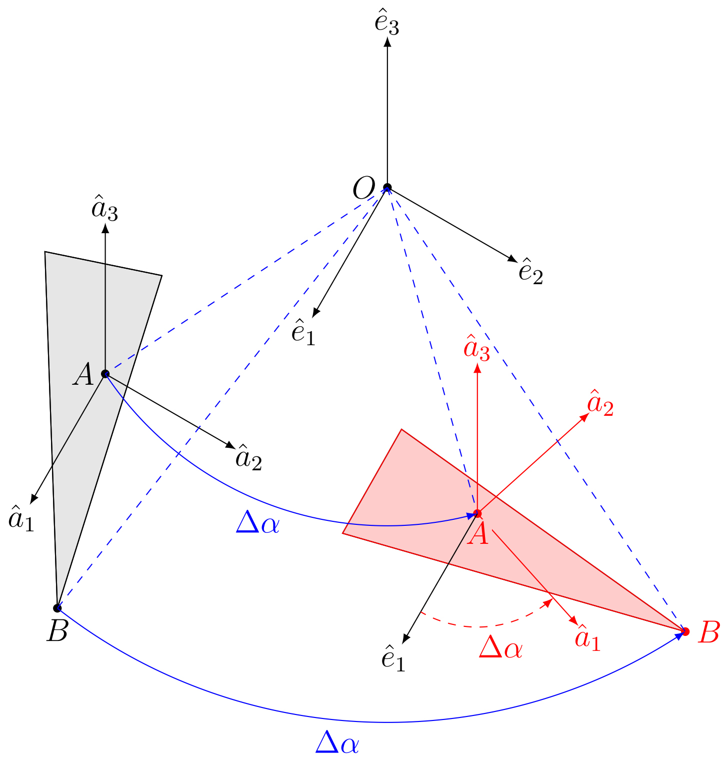
i. $\Delta\vec{r}_A$ est parallèle au plan $(O, \hat{e}_1, \hat{e}_2)$.



ii. $\Delta\vec{r}_A$ est parallèle au plan $(O, \hat{e}_1, \hat{e}_2)$.



iii. $\Delta\vec{r}_A$ est parallèle au plan $(O, \hat{e}_1, \hat{e}_2)$.



iv. $\Delta\vec{r}_A$ possède une composante selon $\hat{e}_3$.