

## Série 11 : Moment d'inertie

### Question conceptuelle

Un motard effectue un saut dans un terrain de moto-cross :

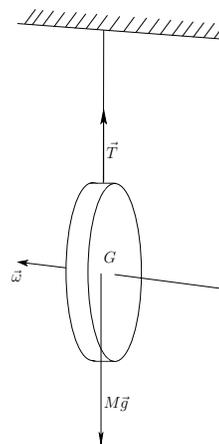
- Expliquez ce qu'il se passe s'il actionne le frein arrière alors qu'il est en l'air.
- Expliquez ce qu'il se passe s'il actionne le frein avant alors qu'il est en l'air.
- Pourquoi, dans la pratique, actionne-t-il le frein arrière plutôt que le frein avant quand il est en l'air ?



### 1 Yoyo

Un yoyo consiste en un disque de rayon  $R$  et de masse  $M$ , autour duquel un fil sans masse est enroulé. Le fil est attaché au plafond, et le yoyo est libre de descendre sous l'action de la gravité.

- Calculer le moment d'inertie  $I$  du disque autour d'un axe perpendiculaire au plan du disque et passant par son centre.
- Déterminer l'accélération  $\vec{a}$  du centre de masse du yoyo, ainsi que la tension  $\vec{T}$  dans le fil.

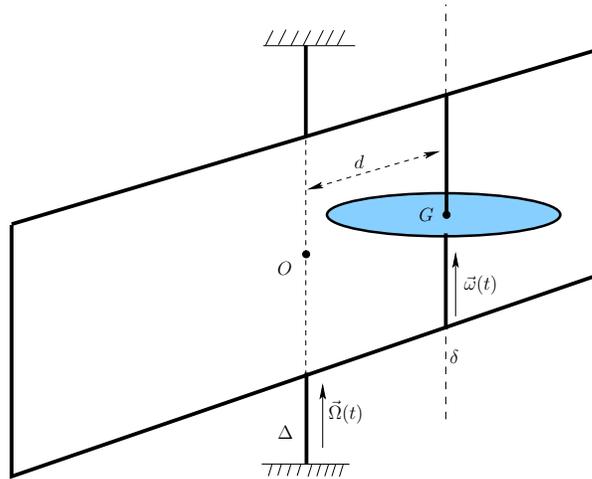


### 2 Volant et châssis

Un volant horizontal peut tourner autour d'un axe vertical  $\delta$  passant par son centre de masse  $G$ . Cet axe est solidaire d'un châssis pouvant tourner autour d'un autre axe vertical  $\Delta$ . Les deux axes sont séparés d'une distance  $d$  et on note  $O$  le point de l'axe  $\Delta$  à une distance  $d$  du point  $G$ . Le volant (resp. le châssis tout seul) a une masse  $m$  (resp.  $M$ ) et admet l'axe  $\delta$  (resp.  $\Delta$ ) comme axe principal d'inertie, par rapport auquel il a un moment d'inertie  $I_{v,\delta}$  (resp.  $I_{c,\Delta}$ ). Le volant et le châssis sont équipés chacun d'un système de freinage (sans masse) qui permet, par l'application d'un couple de force, de les immobiliser autour de leur axe de rotation. Soient  $\vec{\omega}(t)$  la vitesse angulaire de rotation propre du volant (par rapport au châssis) et  $\vec{\Omega}(t)$  la vitesse angulaire de rotation propre du châssis.

- Donner l'expression du moment cinétique total du système volant+châssis par rapport au point  $O$ .
- Initialement, à  $t = t_0$ , on a  $\vec{\omega}(t_0) = \vec{\omega}_0$  et  $\vec{\Omega}(t_0) = \vec{0}$ . On enclenche le système de freinage du volant jusqu'à ce que, pour un temps  $t_1 > t_0$  on obtienne  $\vec{\omega}(t_1) = \vec{0}$ . Que vaut alors  $\vec{\Omega}(t_1)$  ?

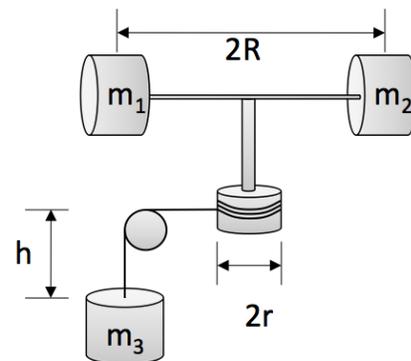
- c Au temps  $t_1$ , on relâche le frein du volant et on active le frein du châssis jusqu'à ce que, pour un temps  $t_2 > t_1$  on obtienne  $\vec{\Omega}(t_2) = \vec{0}$ . Que vaut alors  $\vec{\omega}(t_2)$ ? (On peut résoudre cette question en raisonnant sur le moment cinétique du volant uniquement).
- d À un temps  $t$  quelconque, où se trouve l'axe de rotation instantané du volant?



### 3 Moment d'inertie d'un haltère entraîné par un poids

(Exercice non traité durant la séance)

Un haltère formé de deux masses  $m_1$  et  $m_2$  est fixé horizontalement sur un axe vertical sans masse de rayon  $r$ , entraîné (par l'intermédiaire d'un câble et d'une poulie fixe sans masse) par une masse  $m_3$  comme indiqué sur la figure. Le système est initialement au repos. On laisse ensuite chuter la masse  $m_3$  d'une hauteur  $h$ . On néglige tous les frottements.



- Déterminer l'accélération angulaire de l'haltère.
- Dans l'hypothèse où  $m_1 = m_2 = m_3 = m$  et où  $r$  peut être négligé par rapport à  $R$  ( $r \ll R$ ), déterminer comment la vitesse angulaire et comment le temps de chute sont affectés lorsque  $R$  est triplé.