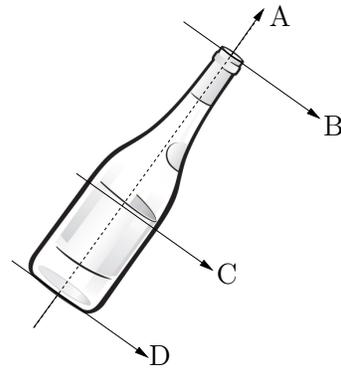


Série 12 : Dynamique des solides

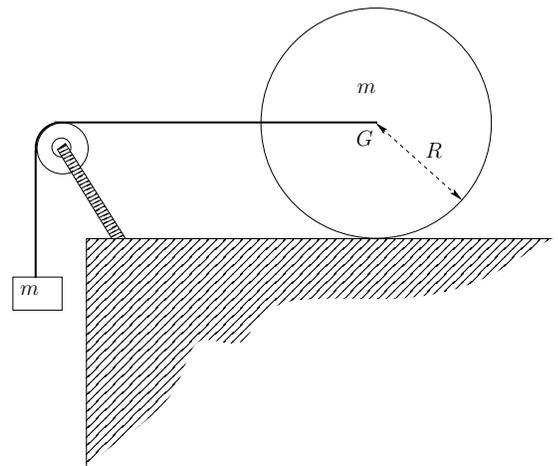
Question conceptuelle

On considère une bouteille pleine. Ordonner les moments d’inertie autour des quatre axes présentés sur le dessin : l’axe de symétrie de la bouteille A, et les trois axes perpendiculaires à A et passant par le bouchon de la bouteille B, son centre de masse C, et par sa base D. Sachant que  $I_1 < I_2 < I_3 < I_4$ , identifier à quel axe correspond chaque moment d’inertie.



1 Roue tirée par un bloc

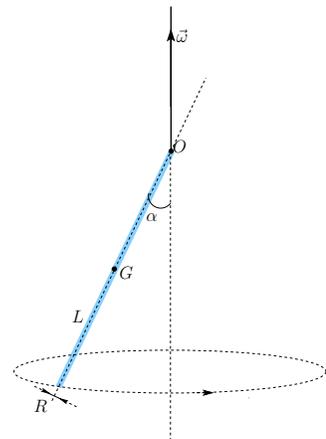
Une roue verticale, pleine et homogène, de masse  $m$  et de rayon  $R$ , roulant sans glisser sur une table horizontale, est tirée au niveau de son axe par un fil inextensible, passant par une poulie et à l’extrémité duquel est suspendue un bloc de masse  $m$  (voir figure). Le fil et la poulie ont des masses négligeables. Le fil reste toujours tendu. Le système est initialement au repos. Après un certain temps, la roue a avancé d’une distance  $d$ .



- a) Quelle est alors la vitesse de son centre de masse ?
- b) (*à faire à la maison*) Étant donné que la roue ne glisse pas, que peut-on dire du coefficient de frottement statique  $\mu_s$  entre la roue et la table ?

2 Tige en rotation

Une tige cylindrique homogène de masse  $M$ , de longueur  $L$  et de rayon  $R \ll L$  est attachée à une de ses extrémités en un point fixe  $O$  et tourne avec un vitesse angulaire  $\vec{\omega}$  constante autour d’un axe vertical passant par  $O$  (voir dessin). La tige est soumise au champ de pesanteur  $\vec{g}$  et est libre de prendre toute orientation autour du point  $O$ .



- a) Calculer le moment cinétique de la tige par rapport au point  $O$ ,  $\vec{L}_O$ , directement à partir de sa définition.

- b) Calculer  $\vec{L}_O$  sachant que le tenseur d'inertie de la tige par rapport à son centre de masse et selon ses 3 axes principaux peut s'écrire  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & ML^2/12 & 0 \\ 0 & 0 & ML^2/12 \end{bmatrix}$  (en négligeant le rayon  $R$  devant  $L$ ).
- c) Déterminer l'angle  $\alpha$  entre l'axe de la tige et l'axe de rotation verticale dans le régime où cet angle est constant.
- d) (*à faire à la maison*) Refaire le calcul en considérant maintenant un rayon  $R$  non négligeable, auquel cas le tenseur d'inertie est représenté par la matrice :

$$\begin{bmatrix} MR^2/2 & 0 & 0 \\ 0 & MR^2/4 + ML^2/12 & 0 \\ 0 & 0 & MR^2/4 + ML^2/12 \end{bmatrix}$$

*Indication* :  $\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$ .