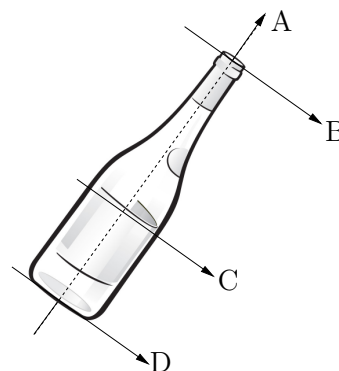


Série 12 : Dynamique des solides

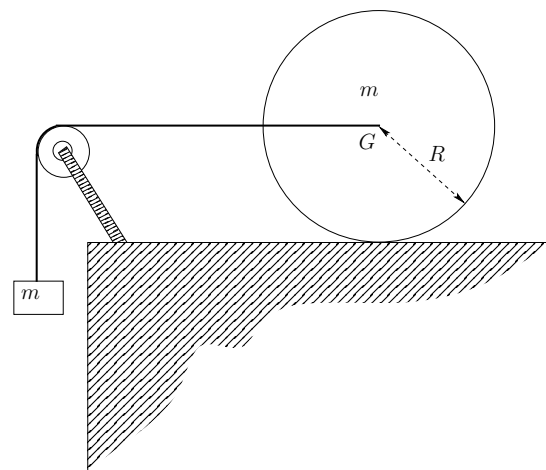
Question conceptuelle

On considère une bouteille pleine. Ordonner les moments d’inertie autour des quatre axes présentés sur le dessin : l’axe de symétrie de la bouteille A, et les trois axes perpendiculaires à A et passant par le bouchon de la bouteille B, son centre de masse C, et par sa base D. Sachant que $I_1 < I_2 < I_3 < I_4$, identifier à quel axe correspond chaque moment d’inertie.



1 Roue tirée par un bloc

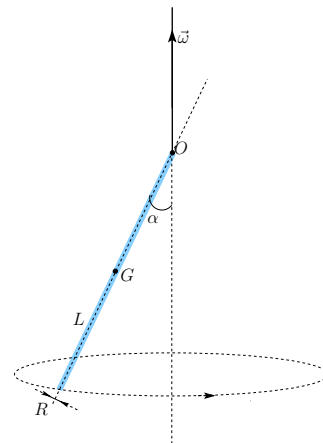
Une roue verticale, pleine et homogène, de masse m et de rayon R , roulant sans glisser sur une table horizontale, est tirée au niveau de son axe par un fil inextensible, passant par une poulie et à l’extrémité duquel est suspendue un bloc de masse m (voir figure). Le fil et la poulie ont des masses négligeables. Le fil reste toujours tendu. Le système est initialement au repos. Après un certain temps, la roue a avancé d’une distance d .



- a) Quelle est alors la vitesse de son centre de masse ?
- b) (*à faire à la maison*) Étant donné que la roue ne glisse pas, que peut-on dire du coefficient de frottement statique μ_s entre la roue et la table ?

2 Tige en rotation

Une tige cylindrique homogène de masse M , de longueur L et de rayon $R \ll L$ est attachée à une de ses extrémités en un point fixe O et tourne avec un vitesse angulaire $\vec{\omega}$ constante autour d’un axe vertical passant par O (voir dessin). La tige est soumise au champ de pesanteur \vec{g} et est libre de prendre toute orientation autour du point O .



- a) Calculer le moment cinétique de la tige par rapport au point O , \vec{L}_O , directement à partir de sa définition.

- b) Calculer \vec{L}_O sachant que le tenseur d'inertie de la tige par rapport à son centre de masse et selon ses 3 axes principaux peut s'écrire $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & ML^2/12 & 0 \\ 0 & 0 & ML^2/12 \end{bmatrix}$ (en négligeant le rayon R devant L).
- c) Déterminer l'angle α entre l'axe de la tige et l'axe de rotation verticale dans le régime où cet angle est constant.
- d) (*à faire à la maison*) Refaire le calcul en considérant maintenant un rayon R non négligeable, auquel cas le tenseur d'inertie est représenté par la matrice :

$$\begin{bmatrix} MR^2/2 & 0 & 0 \\ 0 & MR^2/4 + ML^2/12 & 0 \\ 0 & 0 & MR^2/4 + ML^2/12 \end{bmatrix}$$

Indication : $\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$.