















Ens. : Analyse I
Analyse I - MA
Automne 2022
Durée : 1 heures

Student One

SCIPER: 111111

Attendez le début de l'épreuve avant de tourner la page. Ce document est imprimé recto-verso, il contient 4 pages, les dernières pouvant être vides. Ne pas dégrafer.

- Posez votre carte d'étudiant sur la table.
- **Aucun** document n'est autorisé.
- L'utilisation d'une **calculatrice** et de tout outil électronique est interdite pendant l'épreuve.
- Pour les questions à **choix multiple**, on comptera :
 - +3 points si la réponse est correcte,
 - 0 point si il n'y a aucune ou plus d'une réponse inscrite,
 - 1 point si la réponse est incorrecte.
- Pour les questions de type **vrai-faux**, on comptera :
 - +1 point si la réponse est correcte,
 - 0 point si il n'y a aucune ou plus d'une réponse inscrite,
 - 1 point si la réponse est incorrecte.
- Utilisez un **stylo** à encre **noire ou bleu foncé** et effacez proprement avec du **correcteur blanc** si nécessaire.
- Si une question est erronée, l'enseignant se réserve le droit de l'annuler.

Respectez les consignes suivantes Observe this guidelines Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien		
choisir une réponse select an answer Antwort auswählen	ne PAS choisir une réponse NOT select an answer NICHT Antwort auswählen	Corriger une réponse Correct an answer Antwort korrigieren
  		 
ce qu'il ne faut PAS faire what should NOT be done was man NICHT tun sollte		
     		

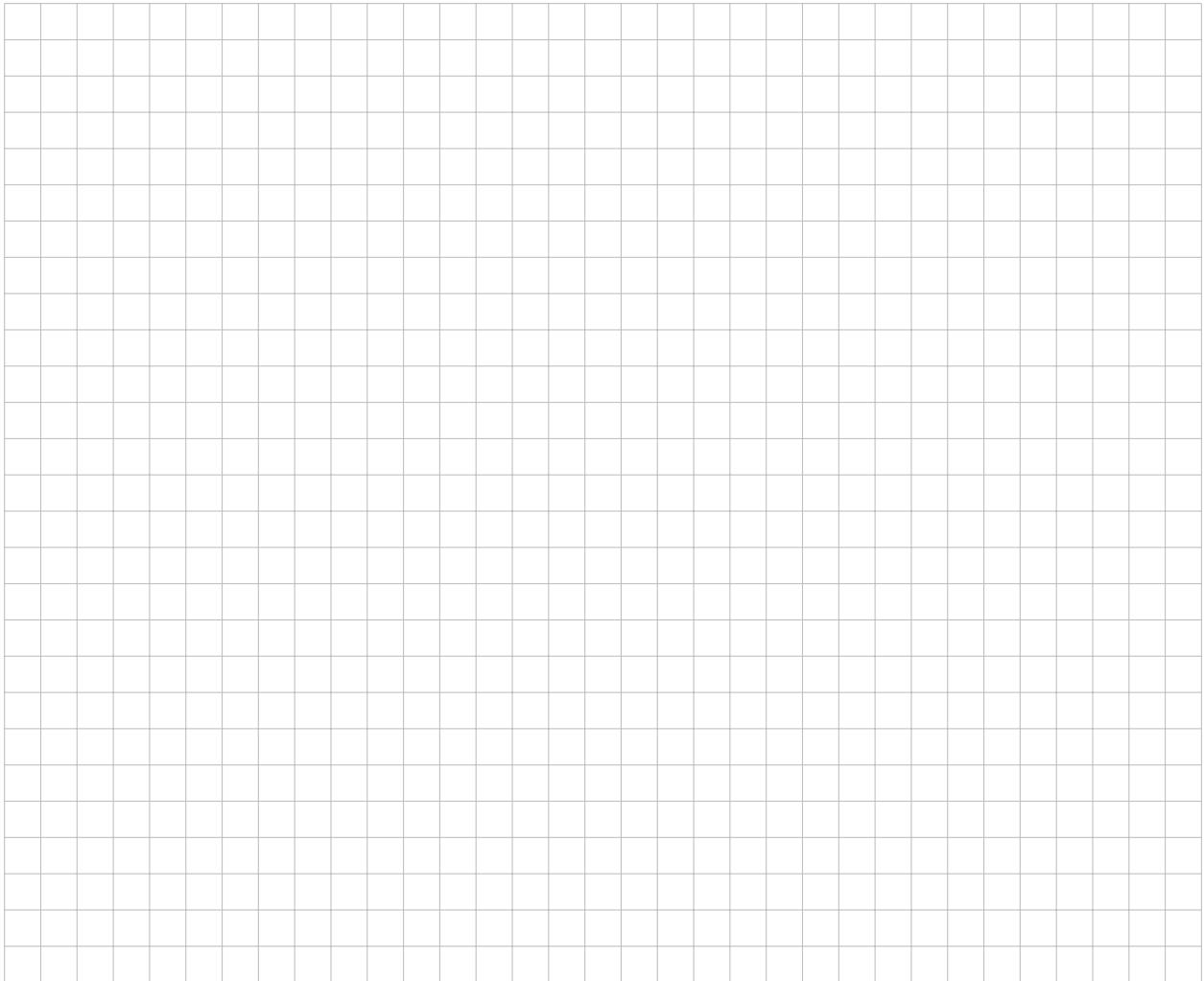
Question 1:



Soit la fonction $f: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = \sin(2\pi x) + x$. Soient $p_i(x)$, $i = 0, \dots, 3$ les polynômes de Taylor d'ordre 1 de f , en $x_0 = 0$, $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_2 = 1$ et $x_3 = \frac{3}{2}$, respectivement et $P(x)$ la fonction définie par morceaux :

$$P(x) = \begin{cases} p_0(x) & x \in [0, \frac{1}{2}[\\ p_1(x) & x \in [\frac{1}{2}, 1[\\ p_2(x) & x \in [1, \frac{3}{2}[\\ p_3(x) & x \in [\frac{3}{2}, 2] \end{cases}$$

- 1) Donner les polynômes $p_i(x)$, $i = 0, \dots, 3$.
- 2) La fonction P est-elle continue sur $[0, 2]$? Si non, trouver les points de discontinuité de P .
- 3) Démontrer que $|f(x) - P(x)| \leq \frac{\pi^2}{2}$ pour tout $x \in [0, 2]$.





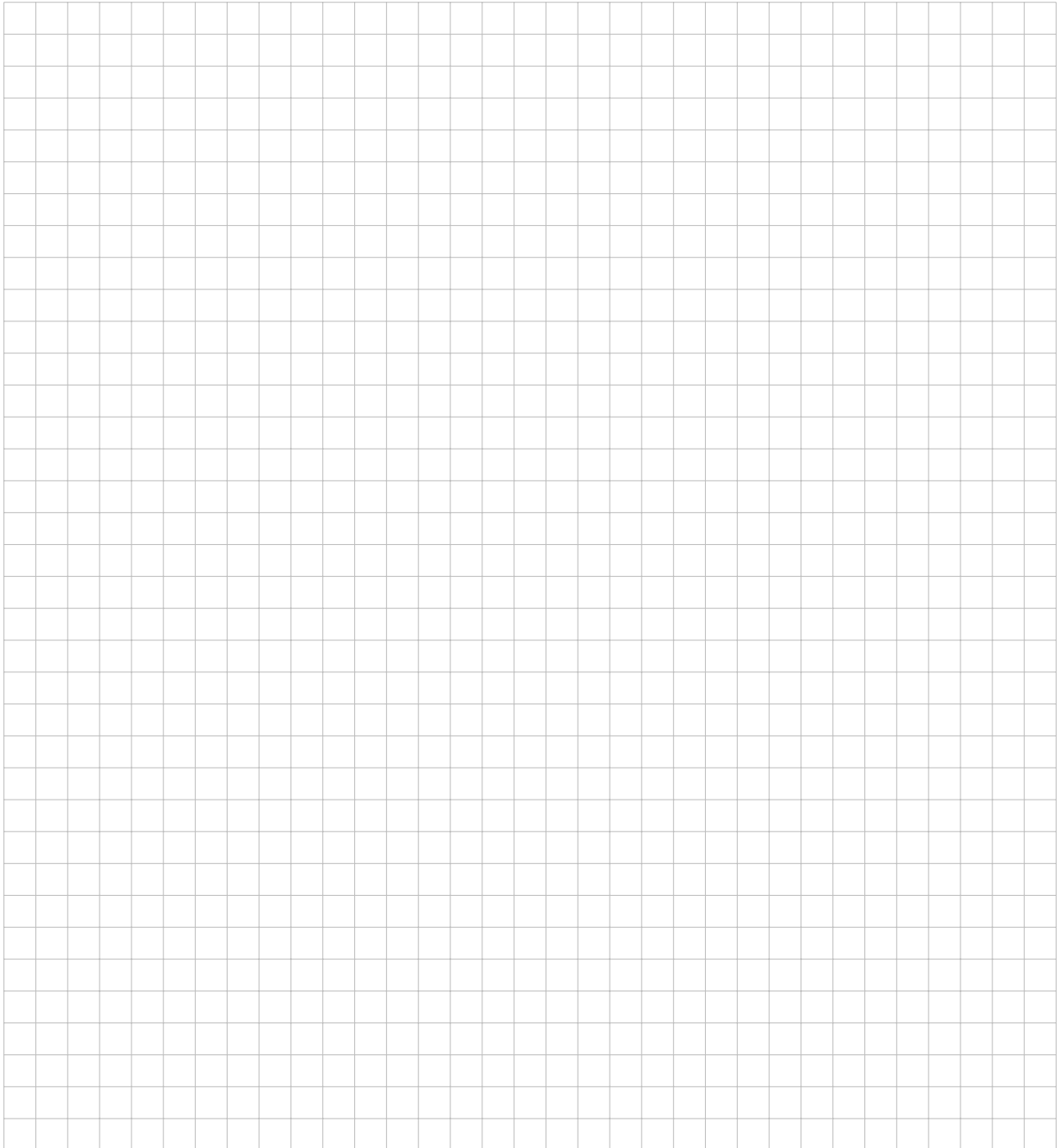
Question 2:

(a) Calculer le développement limité d'ordre 2 de $f(x) = \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$ autour de $x_0 = 1$.

(b) Déterminer si la série

$$\sum_{n \geq 1} \left\{ \arctan\left(\frac{1}{1 + \frac{1}{n}}\right) - \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2n} \right\}$$

converge ou diverge, en justifiant rigoureusement votre réponse.





Question 3:

Calculer l'intégrale $\int_{1/8}^{1/3} \sqrt{\frac{x+1}{x}} \frac{1}{x^2} dx$ en effectuant le changement de variables $u = \sqrt{\frac{x+1}{x}}$.

