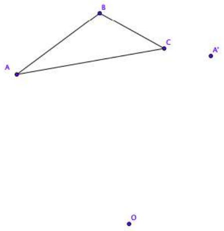
RAQ série 14

lundi, 19 décembre 2022 14:25

Exercice 10

Tiré du test de géométrie en 2013. Sur la figure suivante le point A' est l'image du point A par une rotation $\mathcal{R}$ de centre O.



(1) Construis l'image $A'B'C'$ du triangle ABC par cette rotation. On ne demande pas de marche-à-suivre, ni de justification, mais une construction visible à la règle, au compas (et au crayon).

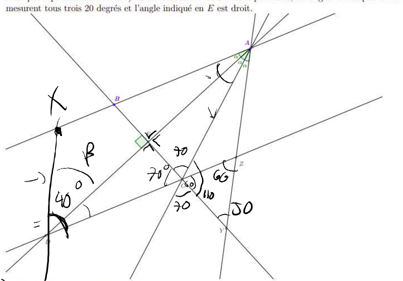
(2) Cette rotation est une composition de deux symétries axiales. Construis sur la figure les axes a et b de ces symétries axiales de sorte que $\mathcal{R} = S_b \circ S_a$. Explique quels axes tu choisis et pourquoi.

(3) Il existe une autre isométrie que $\mathcal{R}$ qui transforme A en A' et B en B'. Donne-la comme composée de symétries axiales.

(4) Vrai ou Faux ? La composition de deux symétries axiales est toujours une rotation. Justifie ta réponse !

Exercice 11

Calcul d'angles. Tiré du test de géométrie en 2018. (25 points) On considère la figure suivante (qui n'est pas représentée à l'échelle) où les droites AB et CD sont parallèles, les angles α indiqués en A mesurent tous trois 20 degrés et l'angle indiqué en E est droit.



(1) (15 points) Calcule les angles du triangle ΔCYZ. Justifie chaque affirmation.

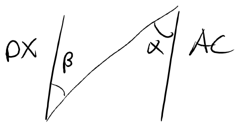
(2) (10 points) On construit maintenant un point X sur la droite AB de sorte que l'angle $\widehat{CDX}$ mesure 40 degrés. Pourquoi la droite XD est-elle parallèle à la droite AC ? Explique précisément si tu utilises un théorème ou sa réciproque ! Et quelle est la mesure de l'angle $\widehat{CDB}$?

1) • par le théorème de la somme des triangles, l'angle $\widehat{ECA}$ mesure $180-90-20$ $= 70°$

par le théorème de la transversale, l'angle $\widehat{CZY}$ est correspondant à l'angle 3α, donc mesure $60°$. On utilise le théorème de la transversale car AB et CD sont parallèles.

par le théorème de la somme des angles, l'angle $\widehat{CYA} = \widehat{CYZ} =$ $180-110-20$ $= 50°$.

Finalement l'angle, l'angle $\widehat{ZCY}$ mesure $180° - 50° - 70° = 60°$ par le théorème de la somme des angles d'un triangle.

2) 

pour appliquer la réciproque du théorème de transversale il faut que $\beta = \alpha = 20°$

l'angle $\widehat{ECD}$ fait $70°$ et donc par le théorème de la somme des angles d'un triangle, l'angle $\widehat{EDC}$ mesure $20°$ et donc β vaut $\beta = 40° - 20° = 20°$.

La mesure de l'angle $\widehat{CDB}$?

Exercice 12

En vrac. Tiré du test de géométrie en 2018. (25 points) Justifie brièvement tes réponses. Une réponse sans justification ne donnera aucun point !

(1) (5 points) ☐ Vrai ou ☐ Faux ? L'inverse d'une isométrie est toujours une isométrie.

(2) (5 points) ☐ Vrai ou ☐ Faux ? La composition de deux rotations est toujours une rotation.

(3) (5 points) Construis un hexagone régulier et donne la marche-à-suivre. Justifie !

(4) (5 points) ☐ Vrai ou ☐ Faux ? Les demi-plans et les segments sont des figures convexes.

(5) (5 points) Coche les cases de toutes les réponses possibles (et justifie). Une isométrie qui est obtenue comme composition de sept symétries axiales peut forcément s'écrire comme composition de ☐ 0 ; ☐ 1 ; ☐ 2 ; ☐ 3 ; ☐ 4 symétries axiales.

1) VRAI si f est une isométrie, f^{-1} son inverse satisfait $\underbrace{f\circ f^{-1} = Id = f^{-1}\circ f}_{(*)}$.

On doit montrer que f^{-1} préserve les distances.

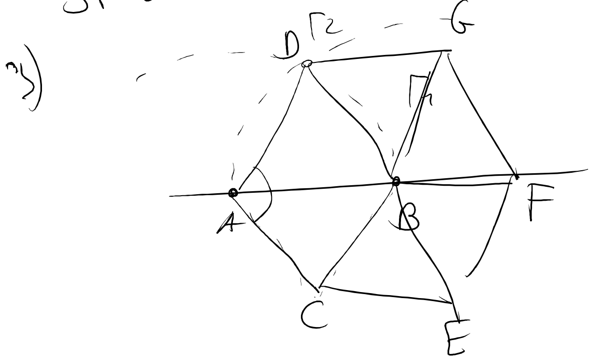
Soit $A, B \in \Pi$. On pose $A' = f^{-1}(A)$, $B' = f^{-1}(B)$. alors $f(A') = A$, $f(B') = B$ par $(*)$.

$$\overline{A'B'} = \underbrace{\overline{f^{-1}(A)f^{-1}(B)}}_{} \underset{\text{car } f \text{ est une isométrie}}{=} \overline{f\circ f^{-1}(A)\, f\circ f^{-1}(B)} \underset{\text{car } (*)}{=} \underbrace{\overline{AB}}_{}$$

✓ □

2) FAUX. prendre deux symétries centrales (= rotation de 180°) de centres différents. La composition de rotation est une rotation si elles ont le même centre.

3)



FIN

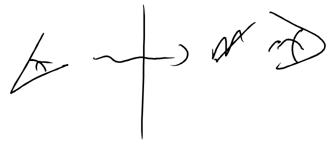
1) on construit un triangle équilatéral ΔABD en partant d'un segment AB. on construit D comme l'intersection des cercles $\Gamma_1 = C(B, \overline{AB})$ et $\Gamma_2 = C(A, \overline{AB})$. On itère cette construction pour obtenir des points C à partir de [AB], E à partir de [BC], F à partir de de [BE] et G à partir de [BF].

l'hexagone est régulier car tous ses côtés font la même longueur ou encore car ses angles internes font 120°.

4) Vrai, par définition tout segment reliant deux points de ces figures sont dans la figure.

5) Toute isométrie peut s'écrire comme combinaison d'au plus 3 symétrie axiales.

Une isométrie est une composition de 7 symétries axiales.

5) Toute isometrie peu[illegible]
i) Cette isométrie est une composition de 7 symétries axiales.
Une symétrie axiale inverse l'orientation 
une composition d'un nombre impaire
de symétries axiales renverse l'orientation
alors qu'un nombre pair la préserve.
donc {0,2,4} ne sont pas possibles.