

Cours Euler: Série 25

le 22 mars 2023

Exercice 1

Classification des isométries du plan, rappel. Relis la définition d'une isométrie dans ton cours de géométrie. Nous cherchons à comprendre comment obtenir une isométrie arbitraire f comme composition de symétries axiales. Nous choisissons trois points non alignés A, B, C et leurs images A', B', C' .

- (i) Explique comment construire une droite a de telle sorte que la symétrie axiale S_a envoie le point A sur A' . On appelle $S_a(B) = B_1$ et $S_a(C) = C_1$. N'oublie pas de traiter séparément le cas où $A = A'$.
- (ii) Explique comment construire une droite b de telle sorte que la symétrie axiale S_b envoie le point B_1 sur B' et fixe A' . Justifie ta construction (pourquoi A' appartient-il à la droite b ?). On appelle $S_b(C_1) = C_2$. N'oublie pas de traiter séparément le cas où $B_1 = B'$.
- (iii) Explique comment construire une droite c de telle sorte que la symétrie axiale S_c envoie le point C_2 sur C' et fixe A' et B' . N'oublie pas de traiter séparément le cas où $C_2 = C'$, dans ce cas la droite c n'existe pas!
- (iv) Lorsque c existe, calcule l'image de A, B et C par la composition $S_c \circ S_b \circ S_a$.
- (v) Conclue que f peut toujours s'exprimer comme composée de deux ou trois symétries axiales. Tu utiliseras ici un théorème du cours de géométrie qui dit que la seule isométrie du plan qui fixe trois points non alignés est l'identité.

Exercice 2

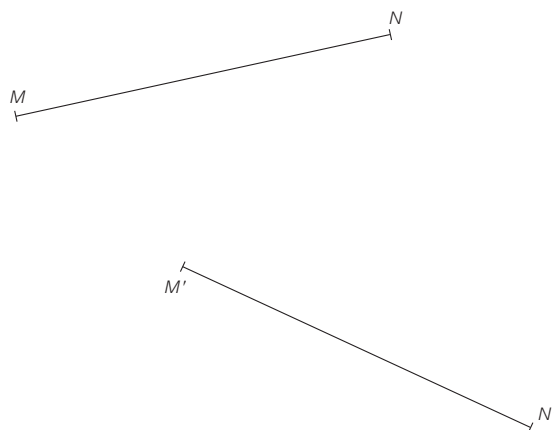
- 1) Quel est l'angle orienté de la composée $\mathbb{R}(O, \beta) \circ \mathbb{R}(O, \alpha)$, où α, β sont des angles orientés? Explique (tu peux mentionner des résultats des séries de géométrie précédentes).
- 2) Qu'est-ce qui se passe si les deux rotations ont des centres distincts? Traite séparément le cas où $\alpha = -\beta$.

Exercice 3**149. Où se cache-t-il?**

MN a pour image $M'N'$ dans une certaine rotation.

Mais où se cache donc le centre ?

Quelle est la mesure de l'angle de rotation ?

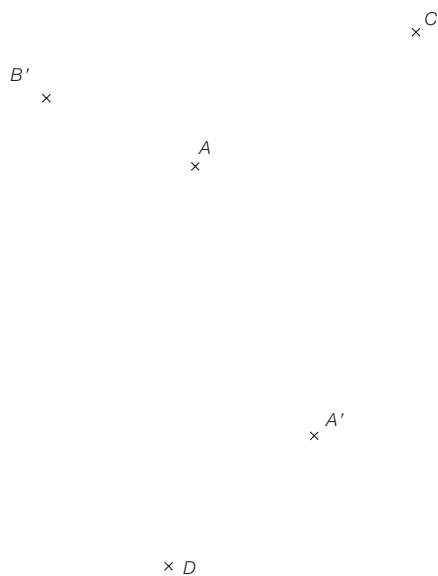


Exercice 4

159.

$ABCD$ a pour image $A'B'C'D'$ dans la rotation $\mathcal{R}(O; -50^\circ)$.

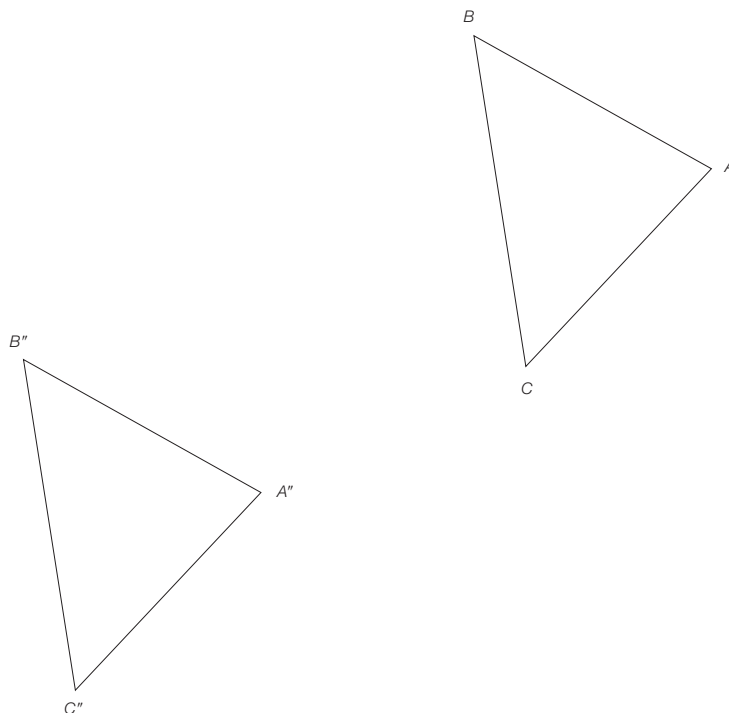
Complète chacune des deux figures $ABCD$ et $A'B'C'D'$.



Exercice 5**130. Bonnet blanc et blanc bonnet**

En partant du triangle ABC , Aldo a obtenu par deux symétries axiales successives le triangle $A''B''C''$.

Où se situent les deux axes de symétrie?

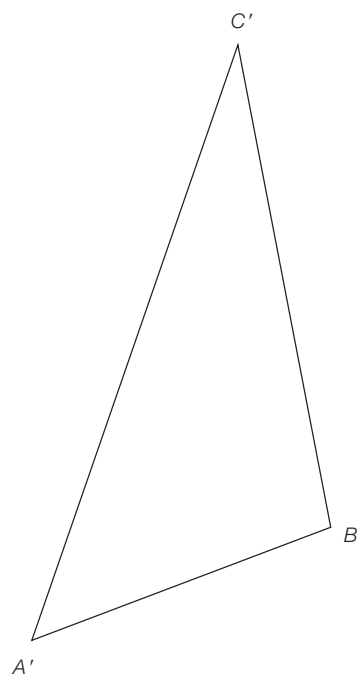
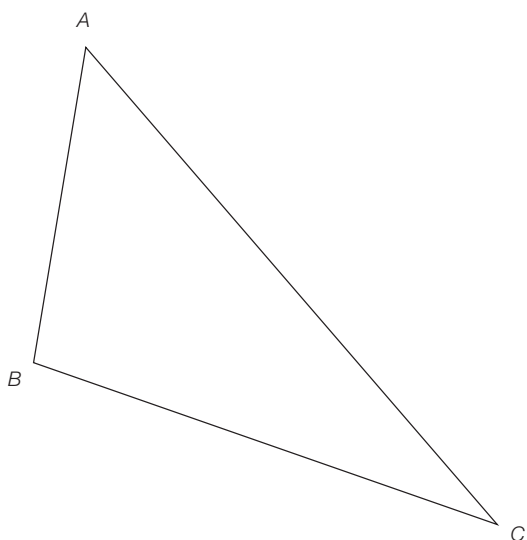


Exercice 6**154. La «p'tite» fûtée!**

Claude-Eric a proposé deux transformations successives amenant le triangle ABC en $A'B'C'$.

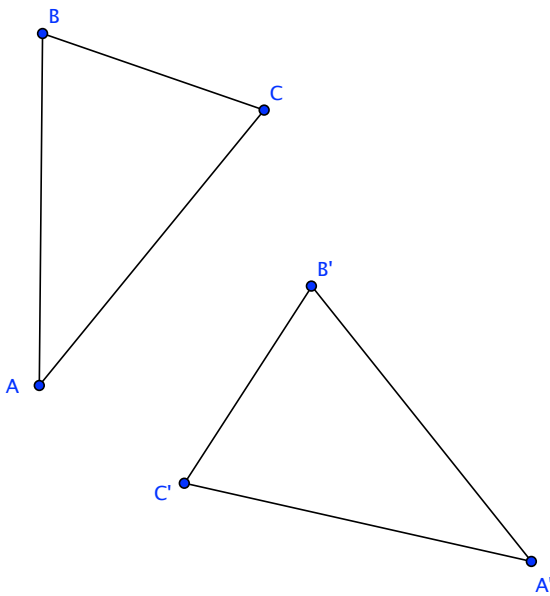
Brigitte lui montre qu'une seule étape aurait suffi. «Ah la p'tite fûtée!» s'exclame Claude-Eric, plein d'admiration.

Au fait, comment Brigitte s'y est-elle prise?



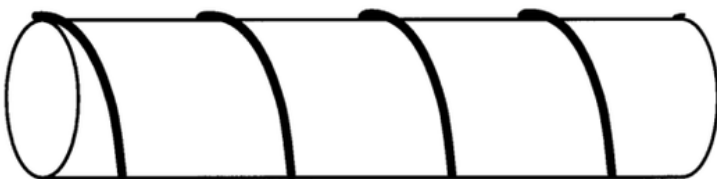
Exercice 7

Composition de symétries. On considère les triangles isométriques ABC et $A'B'C'$. Trace soigneusement, à la règle et au compas, les droites a, b et c définies dans l'Exercice 1 (si c existe!) dans la situation suivante et détermine si l'isométrie qui transforme le triangle ABC en $A'B'C'$ est une rotation.

**Exercice 8**

Un problème élémentaire. Voici un problème élémentaire de géométrie, tiré d'un recueil d'exercices de maturité de 1995. Il semblerait que seulement un élève sur dix ait trouvé la bonne réponse. Et toi ?

A string is wound symmetrically around a circular rod. The string goes exactly 4 times around the rod. The circumference of the rod is 4 cm and its length is 12 cm.



Find the length of the string. Show all your work.