

Série 17

* **Exercice 1.** Résous les inéquations suivantes :

a) $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} > 1$;

b) $3(x+1) - 2(x+2) > x$;

c) $4(2x+1) - 3(2x-1) \geq 2x$;

d) $4x^2 + 28x + 49 \leq 0$;

e) $x^2 - 9x + 20 \geq 0$;

f) $-x^2 + x + 6 \geq 0$.

Exercice 2. Effectue une étude de signe pour les fonctions suivantes et esquisse leur graphe :

a) $f(x) = (2-x)(x+2)(5x+1)$;

b) $f(x) = (x^2+1)(1-4x)^2(2-x)$;

c) $f(x) = x^5 + x^3 - 2x$.

Exercice 3. Démontre que pour tout $x, y \in \mathbb{R}$, on a $x^2 + y^2 \geq 2xy$.

Exercice 4. Pour deux nombres réels positifs $0 < a \leq b$, on définit la moyenne arithmétique $m = \frac{a+b}{2}$, la moyenne géométrique $g = \sqrt{ab}$ et la moyenne harmonique h par la formule $\frac{1}{h} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$. Compare a, b, m, g et h . Dans quel cas a-t-on $m = g$, $m = h$ ou $g = h$?

Exercice 5. Résous les inéquations suivantes :

a) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 > 0$;

b) $6x^3 - 10x^2 - 3x \leq -2x^2 + 3x - 8$.