

COURS EULER: PROGRAMME DU CINQUIÈME TEST

Pour aider à la comparaison avec les objectifs du PER, nous avons indiqué en début de section et en italique quels buts sont atteints et quelles “attentes fondamentales” correspondent à chaque partie. Il y a bien sûr d'autres compétences que celles du PER qui sont atteintes. En particulier l'importance de la théorie, l'apprentissage du vocabulaire mathématique avec ses définitions, de la rédaction de démonstrations et de justifications vont en général bien au-delà de ce qu'on demande habituellement aux élèves dans un cours de mathématiques. La note obtenue par l'élève, indiquée en pour-cents est calculée sur 100 points pour ce test (la moyenne étant à 60% et indiquant si l'élève est en principe capable de suivre le rythme du cours Euler). Pour le canton de Vaud, cette note ne doit donc pas être utilisée telle quelle dans l'agenda.

1. TEST 5 : LES NOMBRES RÉELS ET LES POLYNÔMES

Remarque 1.1. *Certains résultats ont été démontrés dans le cours. Nous ne l'avons spécifié que dans les cas les plus importants. Ce module correspond principalement à une partie de MSN 32 et 33. La première partie de ce module est idéale pour l'apprentissage de la calculette : opérations de base, parenthèses, mise en mémoire et récupération, puissances et racines.*

1.1. Nécessité des nombres réels. *Découverte de quelques nombres irrationnels.*

- (1) Preuve de l'irrationalité de \sqrt{p} pour p un nombre premier (à comprendre et à connaître)
- (2) Les lacunes de \mathbb{Q} , majorant, borne d'un ensemble de nombres (ne sera pas demandé dans le test)
- (3) Mention de la transcendance de π

1.2. Le corps des réels. *Comparaison, approximation, encadrement de nombres réels.*

- (1) Définition heuristique (écriture décimale)
- (2) Propriétés des opérations de somme et de multiplication, de soustraction et de division

- (3) Notation de quotients de nombres réels en fractions (la notation de fraction indique un quotient)
- (4) Propriétés des fractions, simplification, amplification, somme, etc. (connaître les preuves)
- (5) Ordre des réels ($<$ et \leq , $>$ et \geq), approximations de nombres réels, encadrement des racines

1.3. **Puissances entières.** *Connaissance et utilisation de puissances (multiplication, division, etc.), des carrés parfaits pour extraire une racine, de la notation scientifique.*

- (1) Définition (à connaître) et propriétés
- (2) Simplification d'expressions
- (3) Identités remarquables (à connaître et à savoir démontrer)
- (4) Preuve de certaines propriétés (produit et quotient de puissances, etc.)
- (5) Puissances de 10 et notation scientifique

1.4. **Racines n -nièmes.** *Utilisation et connaissance des racines carrées et cubiques de nombres réels, calculs de produits et de quotients de racines. La calculatrice permet de vérifier le résultat obtenu par des manipulations algébriques, de confronter sa démarche au réel.*

- (1) Définition et existence des racines n -ièmes pour n pair ou impair (conditions d'existence à savoir)
- (2) Règles de calcul
- (3) Propriétés des racines n -èmes (produit et quotient de racines, etc.)

1.5. **Puissances fractionnaires.**

- (1) Définition comme puissance d'une racine et racine d'une puissance
- (2) Existence de $x^{\frac{a}{n}}$, indépendance par rapport au choix de la fraction (connaître la démonstration)
- (3) Règles de calcul (produit, quotient, etc., connaître la méthode de démonstration)

1.6. Définition heuristique de la K -algèbre libre à n générateurs.

- (1) Rappel de la définition d'un anneau commutatif (ne sera pas demandé au test)
- (2) Les indéterminées (différence avec les paramètres)
- (3) Structure algébrique de $K[x_1, \dots, x_n]$

1.7. Monômes. *Connaissance de la terminologie, écriture ordonnée et réduite de monômes, de degré ≤ 6 .*

- (1) Définition, coefficient, partie littérale et degré
- (2) Convention de notation pour x^0 et x^1
- (3) Monômes semblables
- (4) Réduction de monômes

1.8. Polynômes. *Connaissance de la terminologie, écriture ordonnée et réduite de polynômes, à coefficients entiers et rationnels. Connaît et utilise les règles et convention d'écriture algébrique. Interprète des expressions littérales et identifie celles qui sont équivalentes.*

- (1) Forme réduite, termes
- (2) Égalité de polynômes
- (3) Degré, ordonner

1.9. Opérations sur les polynômes. *Opérations : addition, soustraction, multiplication de monômes et de polynômes. Connaissance et utilisation des identités remarquables de degré 2. Utilisation du calcul littéral comme outil de preuve.*

- (1) Somme
- (2) Produit et identités remarquables pour les polynômes
- (3) Calcul du degré d'un produit de polynômes
- (4) Différence et opposé d'un polynôme
- (5) Intégralité de l'algèbre de polynômes (ne sera pas demandé au test)
- (6) Preuve du fait qu'une indéterminée n'admet ni inverse, ni racine, etc. (utilisation du degré)

1.10. Les fonctions : introduction. *Réalise une représentation graphique à partir d'un tableau de valeurs, d'une expression fonctionnelle. Détermine une expression fonctionnelle à partir d'un tableau de valeurs dans certains cas. Utilise le langage algébrique pour établir des preuves.*

- (1) Terminologie (ensemble de départ, ensemble d'arrivée, image d'un élément)
- (2) Exemples (y compris non numériques)
- (3) Représentation schématique d'une fonction
- (4) Fonction injective, surjective, bijective (connaître les définitions, savoir démontrer qu'une fonction donnée est injective, surjective)

1.11. Le graphe d'une fonction.

- (1) Couples et produit cartésien
- (2) Système d'axes (abscisse, ordonnée)
- (3) Représentation graphique d'une fonction, définition du graphe (à connaître)
- (4) Ordonnée à l'origine d'une fonction réelle
- (5) Composition de fonctions : sous forme schématique et graphique
- (6) Restriction et ensemble de définition

Remarque. En plus des compétences mentionnées, le cours Euler attend des élèves qu'ils connaissent leurs définitions et la caractérisation des objets mathématiques étudiés, qu'ils sachent démontrer certaines propositions du cours (elles sont indiquées dans la liste ci-dessus), qu'ils sachent présenter une preuve simple sur la base des définitions et des propriétés vues en cours. On ne demande pas qu'ils connaissent la définition d'un anneau intègre, mais qu'ils sachent utiliser et expliquer les règles de commutativité, d'associativité et de distributivité au moment de réduire une expression littérale.