

Cours Euler: Série 31

le 17 mai 2023

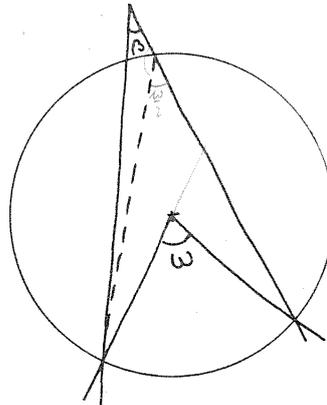
Exercice 1

Où doit-on placer un point M sur le côté $[BC]$ d'un triangle ΔABC de sorte que les périmètres des deux triangles ΔAMB et ΔAMC soient égaux? On rappelle que le périmètre d'un triangle est la somme des mesures des trois côtés. Et si l'on souhaite que les aires soient égales? Pour répondre il sera utile de savoir que l'aire d'un triangle est égale à "la moitié de la base fois la hauteur".

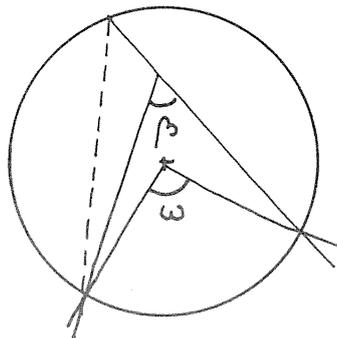
Exercice 2

Dans la situation proposée par le croquis,

a) Montre que $\beta < \frac{1}{2} \omega$



b) Montre que $\beta > \frac{1}{2} \omega$



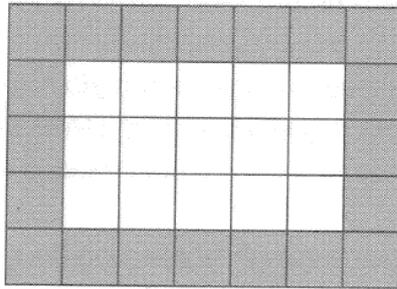
(c) Utilise ce résultat (même si tu n'as pas réussi à le démontrer) pour terminer la démonstration du théorème de l'arc capable : montre que les deux arcs construits dans le théorème sont les seuls points qui vérifient la condition du lieu géométrique (on a déjà montré qu'ils la vérifient ; il restait à montrer qu'il n'y a pas d'autres points avec cette propriété).

Exercice 3**214. Le marchand de tapis**

Jean-Marie est marchand de tapis. Il aimerait créer un modèle qui ait autant de carrés gris touchant le bord que de carrés blancs à l'intérieur.

Son apprenti Maurice lui a proposé ce modèle qui, malheureusement, ne convient pas, car il a 15 carrés blancs intérieurs et 20 carrés gris sur la bordure.

Jean-Marie parviendra-t-il à créer des tapis à son idée ?

**Exercice 4**

On supposera dans cet exercice que le côté $[HE]$ est plus long que $[HB]$.

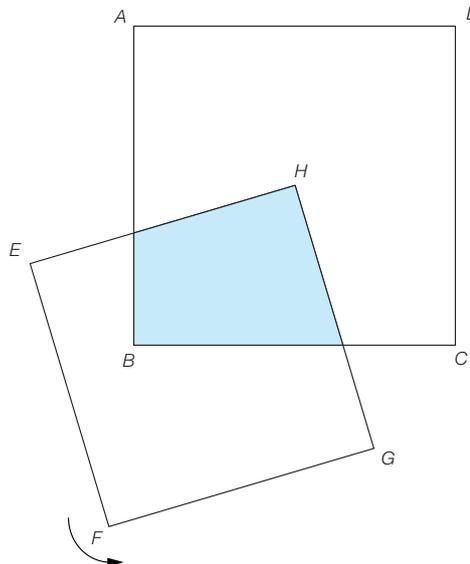
**21. Un domaine à carrés**

Dans cette figure :

$ABCD$ est un « carré fixe » ;

$EFGH$ est un « carré mobile » qui tourne autour du point H , centre du carré $ABCD$.

Quelle est l'aire du domaine coloré ?



Exercice 5

220. Pâturages

Aloys possède un vaste champ herbeux ayant la forme d'un triangle équilatéral. Il l'a entouré d'une barrière fixée sur trois poteaux situés aux sommets du triangle.

Dans cet enclos, Aloys ne souhaite planter qu'un seul piquet, duquel il fera partir trois fils. Chacun rejoint la barrière, quelque part entre deux autres poteaux.

Ainsi, il aura partagé son champ en trois zones à pâturer : une pour son canasson, une autre pour *Marguerite*, sa tendre vache, et la dernière pour la chèvre de son vieux copain Seguin.

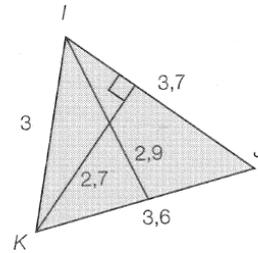
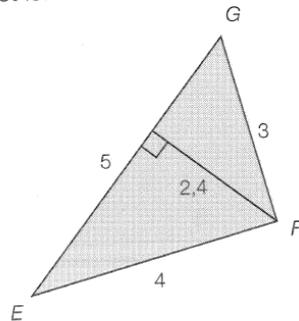
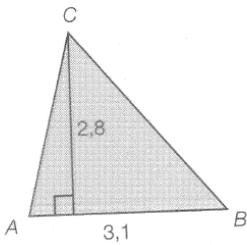
Où doit-il placer ce piquet, pour utiliser le moins de fil possible ?

Exercice 6

1. Termine la preuve de la proposition sur l'aire du triangle (il reste deux cas).
- 2.

GM26 Aires de triangles

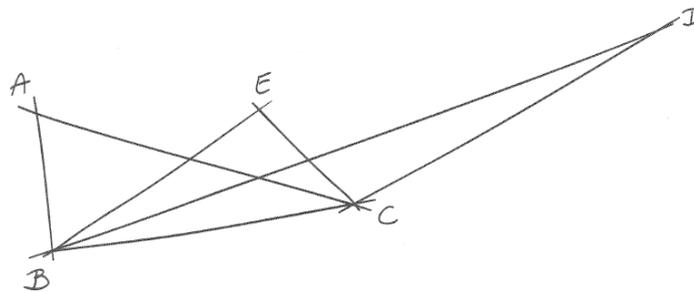
Calcule l'aire des triangles *ABC*, *EFG* et *IJK*.



3.
216. « Maxi l'aire »

Les points *A*, *E* et *D* se trouvent sur une droite parallèle à *BC*.

Lequel des trois triangles *ABC*, *BCE* et *CDB* a la plus grande aire ?

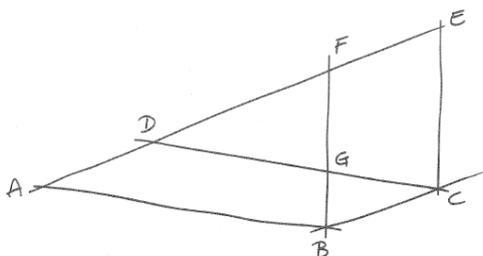


Exercice 7**217. Lesquels?**

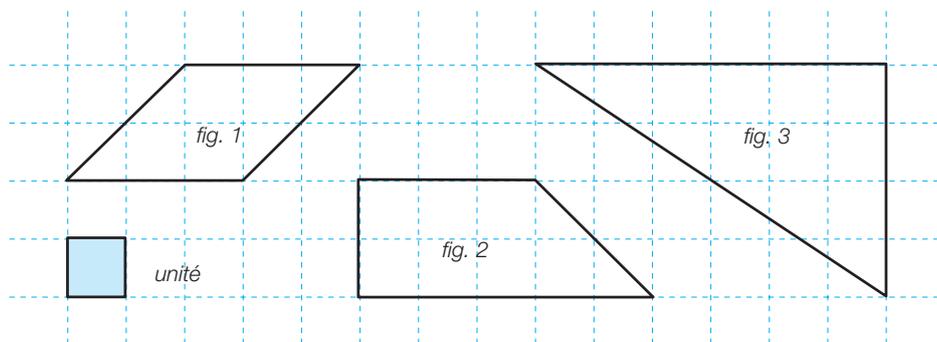
$ABCD$ et $BCEF$ sont des parallélogrammes.

A , D , F et E sont alignés.

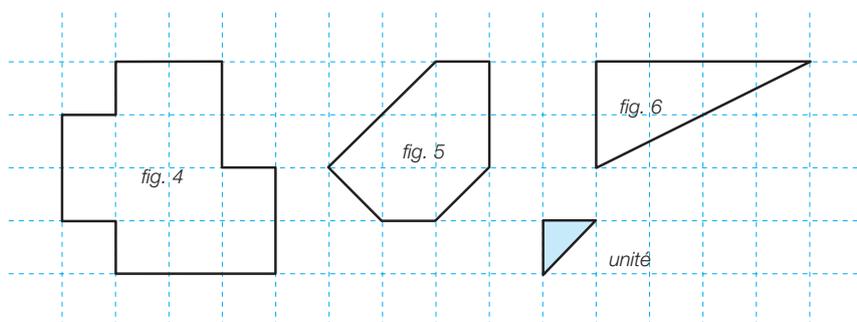
Quels sont les polygones qui ont la même aire?

**Exercice 8****7. Même aire?**

a) Détermine l'aire de ces trois figures, en prenant le carré pour unité.



b) Même question, mais en prenant le triangle pour unité.



c) Parmi toutes ces figures, y en a-t-il qui ont la même aire?

Exercice 9

Construction. Sur du papier quadrillé trace un système d'axes gradué en centimètres et reporte les points $A = (4; -3)$ et $B = (-2; 5)$. Trouve l'ordonnée du troisième sommet $C = (-2; x)$ tel que

1. L'aire du triangle ΔABC vaut 24cm^2 .
2. L'aire du triangle ΔABC vaut 48cm^2 .
3. Le périmètre du triangle ΔABC vaut 24 cm .

Exercice 10

Constructions. (a) Construis un parallélogramme $ABCD$ sachant que $\overline{BC} = 7,2\text{ cm}$, $\overline{CD} = 3,6\text{ cm}$ et l'aire vaut 18cm^2 .

(b) Construis un rectangle inscrit dans un cercle de rayon 2 cm dont l'aire vaut 6cm^2 .

(c) Construis un trapèze $ABCD$ dont tu connais les longueurs $\overline{BD} = 6\text{ cm}$, $\overline{CD} = 3\text{ cm}$, ainsi que les angles $\widehat{ABD} = 36^\circ$ et $\widehat{DBC} = 24^\circ$.

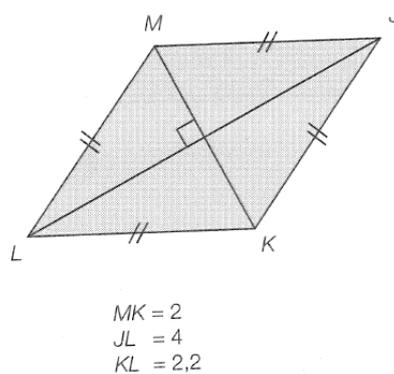
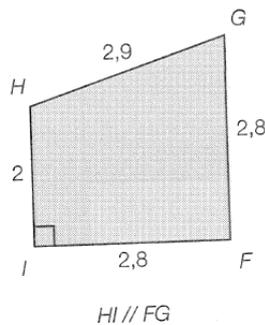
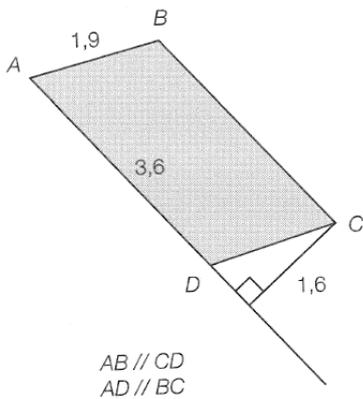
(d) Place des points A et B sur le quadrillage de ta feuille de telle sorte que le segment $[AB]$ mesure 4 cm . Construis des points P, Q, R et S tels que les rapports de section aient les valeurs suivantes :

$$(AB, P) = -1, \quad (AB, Q) = -1/3, \quad (AB, R) = 1/2, \quad (AB, S) = 2$$

Exercice 11

GM27 Aires de quadrilatères

Calcule l'aire de ces quadrilatères.



Exercice 12

Vrai ou faux ? Justifie ton raisonnement !

1. Les diagonales d'un parallélogramme partagent celui-ci en quatre triangles de même aire.
2. Un triangle isocèle dont la base mesure 10 cm et les côtés mesurent 7 cm est rectangle.
3. Un triangle isocèle dont la base mesure $\sqrt{8}\text{ cm}$ et les côtés mesurent 2 cm est rectangle.
4. Sur la diagonale $[AC]$ d'un rectangle de sommets A, B, C et D on place deux points P et Q de sorte que $\overline{AP} = \overline{QC}$. Le quadrilatère de sommets B, P, D et Q est un parallélogramme.

Exercice 13

Un problème sympathique trouvé sur le site des Olympiades de maths www.imosuisse.ch Soit $\triangle ABC$ un triangle rectangle en C . On appelle M le milieu de $[AB]$, H le pied de la hauteur issue de C sur AB , W le point d'intersection de la bissectrice issue de C avec AB . Montre que les angles \widehat{HCW} et \widehat{WCM} sont isométriques.