Cours Euler: Série 32

le 31 mai 2023

Exercice 1

215. La plus grande aire. Construis un trapèze rectangle $ABCD$ dont les angles droits se trouvent en A et en B tel que $\overline{AB} = 6$ cm, $\overline{BC} = 12$ cm, $\overline{AD} = 8$ cm.
Place ensuite un point P sur le segment $[AB]$ se sorte que $\overline{AP} = 3{,}5$ cm et construis Q le milieu de $[PC]$. Parmi les quatre triangles ΔAPD, ΔPBC, ΔDPQ et ΔDQC, lequel a la plus grande aire ?

Exercice 2

Soit une section (AB, P). Nommons d la droite AB. Suivant les cas, donne la borne inférieure et supérieure des valeurs possibles du rapport r de (AB, P) (ta réponse sera donc du type $5 < r < 8$, si r est borné inférieurement par 5 et supérieurement par 8 ; $r = -4$, si r ne prend que la valeur -4 ; $-23 \leq r$ si r est supérieur ou égal à -23, mais pas borné supérieurement, etc.).

1. $P = A$
2. $P = B$
3. P appartient au segment $[AB]$, mais est différent des extrémités. Que se passe-t-il lorsque P se rapproche de A ? Et de B ?
4. P appartient à la demi-droite Aa qui ne contient pas B. Que se passe-t-il lorsque P se rapproche de A ? Et lorsqu'il s'en éloigne ?
5. P appartient à la demi-droite Ba qui ne contient pas A. Que se passe-t-il lorsque P se rapproche de B ? Et lorsqu'il s'en éloigne ?
6. Le rapport de section r ne peut pas valoir 1. Explique pourquoi.

Exercice 3

On se donne six points alignés A, B, C, D, E et F (dans cet ordre) tels que $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = 2\overline{DE} = \overline{EF}$. Evalue les rapports des sections (AC, E), (BE, A), (BF, C), (FD, B), (AD, A), (AE, D) et (DA, C).

Exercice 4

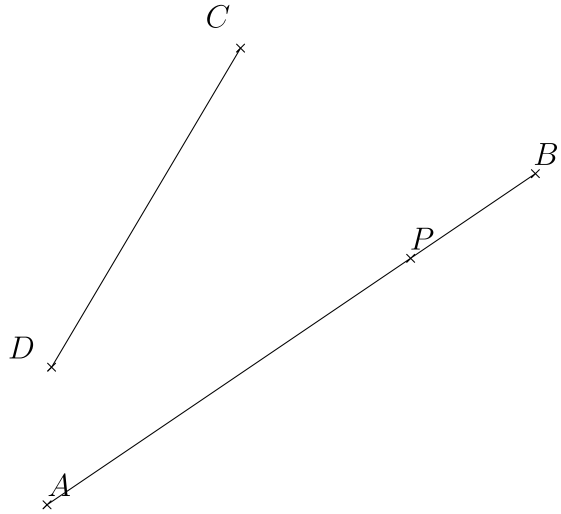
Construis une section (AB, P) dont le rapport de section vaut :

1. $r = \sqrt{5}$
2. $r = -\sqrt{2}$

Le segment de longueur $|r|$ doit être construit (ces nombres sont constructibles) !

Exercice 5

Construis sur cette feuille une section (CD, Q) dont le rapport est le même que celui de la section (AB, P) donnée. Indique la marche à suivre, proprement, sur une feuille à part !



Exercice 6

Construis sur cette feuille des points P, Q, R, S et T de telle sorte que les rapports de section (AB, P), (AB, Q), (AB, R), (AB, S) et (AB, T) soient respectivement égaux à 2, 3, $\frac{1}{4}$, $-\frac{2}{5}$, et -3. Indique la marche à suivre pour le point R.

Exercice 7

Construis sur cette feuille un point P de sorte que le rapport de la section (AB, P) soit $-\dfrac{6}{11}$, puis un autre point Q de sorte que le rapport de la section (AB, Q) soit $\dfrac{11}{6}$. Justifie ta construction.

Exercice 8

Etant donné un triangle ABC et une parallèle p à BC ne passant pas par A et coupant les droites AB et AC en B' et C', le théorème de Thalès nous dit que l'on a les rapports de proportionnalité suivants :

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AB'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AC'}}.$$

Utilise la même méthode que la preuve du Théorème de Thalès (avec le sommet A) pour montrer qu'on a de plus

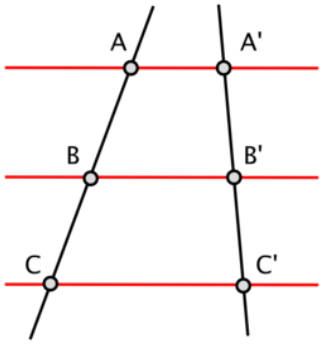
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AB'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AC'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}.$$

Exercice 9

Explique comment partager un segment donné en sept parties égales. Fais un croquis pour illustrer ta démarche.

Exercice 10

Théorème de Thalès généralisé. Montre que trois droites parallèles a, b et c déterminent deux sections semblables (AB, C) et $(A'B', C')$ sur deux transversales t et t'.



Indication. Trace le segment $[AC']$ sur la figure ci-dessus et utilise le théorème de Thalès.

Exercice 11

On tend une corde entre Marin et Yverdon à travers le Lac de Neuchâtel. Sachant qu'il y a 38 kilomètres entre les deux, calcule la profondeur maximale que la corde atteint.