

## Série 34

---

**Exercice 1. Aire de parallélogrammes.** Calcule l'aire d'un parallélogramme construit sur les vecteurs  $\vec{a}$  et  $\vec{b}$  dans les cas suivants :

a)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$  et  $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ ;

b)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$  et  $\vec{b} = \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix}$ ;

c)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$  et  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$ .

**Exercice 2. Aire de triangles et de quadrilatères.**

- a) Calcule l'aire du triangle  $ABC$ , sachant que  $A = (3; -1)$ ,  $B = (-1; 2)$  et  $C = (7; 5)$ . Déduis-en la longueur de la hauteur issue de  $B$ .
- b) Soient  $A = (3; 0)$ ,  $B = (1; 4)$ ,  $C = (-5; -1)$  et  $D = (0; -6)$ . Calcule l'aire du quadrilatère  $ABCD$ .
- c) On considère les points du plan  $A = (3; 5)$ ,  $B = (-2; -1)$ ,  $C = (4; -2)$  et  $D = (1; 1)$ . Calcule l'aire du quadrilatère  $ABCD$  de deux manières : une fois en exploitant le triangle  $ABC$ , une fois en exploitant le triangle  $ABD$ .

**Chouette, des chouettes problèmes !**

**Exercice 3.** Un rayon lumineux parcourt la droite d'équation  $(d) : x - 2y + 5 = 0$ , et il se réfléchit sur la droite d'équation  $(e) : 3x - 2y + 7 = 0$ . Quelle est l'équation de la droite support du rayon réfléchi ?

**Exercice 4.** Détermine les équations des droites supports des côtés du triangle  $ABC$  connaissant  $C = (4; -1)$ , ainsi que les équations de la hauteur  $h$  et de la médiane  $m$  issue d'un même sommet :

$$(h) : 2x - 3y + 12 = 0 \quad \text{et} \quad (m) : 2x + 3y = 0 .$$

**Exercice 5.** Calcule les coordonnées des sommets  $A$  et  $C$  du triangle  $ABC$  dont on donne  $B = (2; -7)$  ainsi que les équations de la hauteur  $h$  issue de  $C$  et de la médiane  $m$  issue de  $A$  :

$$(h) : 3x + y + 11 = 0 \quad \text{et} \quad (m) : x + 2y + 7 = 0 .$$

*Indication.* On peut poser  $C = (\alpha; \beta)$ , et exprimer que  $C \in h$  et que le milieu  $M$  de  $[BC]$  est sur  $m$ .

**Exercice 6.** L'aire du triangle  $ABC$  vaut  $3/2$ . Deux de ses sommets sont  $A = (2; -3)$  et  $B = (3; -2)$ , et le centre de gravité du triangle se trouve sur la droite  $d$  d'équation  $y = 3x - 8$ . Calcule les coordonnées du sommet  $C$ .

**Exercice 7.** Dans le plan, on considère :

- le point  $P = (2; -1)$ ;
- les droites  $d$  et  $g$  d'équation respective  $y = 2x + 5$  et  $3x + 6y = 1$ ;
- le point  $A$ , situé à l'intersection des droites  $d$  et  $g$ .

Détermine les équations des droites passant par  $P$  et qui forment avec les droites  $d$  et  $g$  des triangles isocèles en  $A$ .

**Exercice 8.** Le point  $E = (1; -1)$  est le centre d'un carré dont un des côtés est porté par la droite  $d$  d'équation  $3x - 5y + 9 = 0$

- a) Détermine les équations des droites qui portent les deux côtés du carré non parallèles à la droite  $d$  sans calcul de coordonnées de points.
- b) Trouve les coordonnées des sommets du carré sans calculer d'équation de droite (en particulier, sans les réponses de a)).

**\*Exercice 9. Paraboles et cercles.**

- a) Détermine les équations des cercles tangents à l'axe  $Ox$  et passant par les points  $A = (-2; 1)$  et  $B = (5; 8)$ .
- b) Détermine les équations des cercles tangents à la droite  $t$  d'équation  $x + y - 10 = 0$  et passant par les points  $A = (7; 1)$  et  $B = (-5; 5)$ .
- c) Détermine les équations des cercles passant par  $A = (-1; 5)$  et qui sont tangents aux droites d'équations  $(d) : 3x + 4y - 35 = 0$  et  $(g) : 4x + 3y + 14 = 0$ .

**Exercice 10.** On considère les 2 cercles d'équations :

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 81 \quad \text{et} \quad (x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 16$$

Détermine les équations de toutes les tangentes communes aux deux cercles.