ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE
EIDGENÖSSISCHE TECHNISCHE HOCHSCHULE – LAUSANNE
POLITECNICO FEDERALE – LOSANNA
SWISS FEDERAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY – LAUSANNE

Faculté Informatique et Communications
Cours de Programmation Orientée Système, sections IN et SC
Chappelier J.-C.

Programmation Orientée Système (IN/SC) :

CORRIGÉ DE LA SÉRIE NOTÉE

11 avril 2022

SUJET A

INSTRUCTIONS (à lire attentivement)

IMPORTANT ! Veuillez suivre les instructions suivantes à la lettre sous peine de voir votre série annulée dans le cas contraire.

1. Vous disposez de 1h45 pour faire cette série notée (8h15 - 10h00).
2. Vous devez **écrire à l'encre noire ou bleu foncée**, pas de crayon ni d'autre couleur.
   N'utilisez **pas non plus de stylo effaçable** (perte de l'information à la chaleur).
3. Vous avez droit à toute documentation papier.
   En revanche, vous ne pouvez pas utiliser d'ordinateur personnel, ni de téléphone portable, ni aucun autre matériel électronique.
4. Répondez aux questions directement sur la donnée ; utilisez aussi le verso des feuilles, **MAIS** n'utilisez *que* le verso de la feuille sur laquelle se trouve la question, et non **pas** celui de la feuille précédente !
   Ne joignez aucune feuille supplémentaire ; **seul ce document sera corrigé**.
   Si nécessaire, il y a des pages supplémentaires en fin de copie.
5. Lisez attentivement et *complètement* les questions de façon à ne faire que ce qui vous est demandé. Si l'énoncé ne vous paraît pas clair, ou si vous avez un doute, demandez des précisions à l'un des assistants.
6. Cette série notée ne comporte qu'un seul exercice en six questions.

1 – Optimisation [sur 70 points]

Les algorithmes génétiques sont une technique d'optimisation de fonctions à valeurs réelles, par recherche pseudo-aléatoire. On cherche ici à écrire des *parties* d'un programme d'optimisation par algorithmes génétiques.

Pour simplifier nous supposerons ici vouloir maximiser une fonction de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$, accessible au travers d'un pointeur sur fonction, `global_goal`, global à tout le programme.

Pour trouver un maximum de cette fonction, un algorithme génétique utilise un ensemble (`Population`) d'« individus » (`Individual`) qui, dans notre cas simple, sont des points de $\mathbb{R}^2$ (deux `double`, donc).

Un algorithme génétique « mélange » alors itérativement une telle `Population` pour en créer une nouvelle, dont il ne garde à chaque étape que les meilleurs individus.

Nous ne vous demandons dans cet exercice que de ne coder que *certaines parties spécifiques* d'un tel programme, lesquelles seront détaillées par la suite.

1.1 – Exemple d'utilisation [sur 6 points]

Afin d'illustrer le contexte global, voici un exemple de `main()` possible :

```
int main(void)
{
    Target choices[] = { f1, f2 };
    const size_t nb_choices = 2;

    global_goal = choose(choices, nb_choices);

    Population points = create_random_initial_population(12);
    evolve(&points, 10);
    display_bests(&points, 2);

    return 0;
}
```

[3 points] Sachant que la fonction `choose()` permet de choisir un élément dans un tableau, proposez un type possible pour `Target`. Écrivez le `typedef` correspondant :

```
typedef double (*Target)(double, double);
```

ou alors (aussi valides) :

```
typedef double (*Target)(Individual);
typedef double (*Target)(const Individual*);
```

[3 points] Complétez si nécessaire ce `main()` (à droite avec une/des flêche(s)) ou indiquez : « rien à ajouter ». (Si ce n'est pas déjà fait, lisez peut être *toute* la question suivante avant de répondre ici.)

Les seules fonctions qui nous préoccuperons dans la suite sont `create_random_initial_population()` et `evolve()`, ainsi que les types et quelques fonctions auxiliaires nécessaires à leur fonctionnement.

Il manque le `release(&points);` à la fin.

1.2 – Types de données [sur 16 points]

Avant tout, il faut définir les types de données utilisés.

[1.5 points] Définissez ci-dessous à gauche le type `Individual` comme simplement deux `double`.
[2.5 points] Définissez ensuite (à droite) le type `Population` comme un tableau dynamique d'`Individuals`.

```
typedef struct {
    double x;
    double y;
} Individual;
```

```
typedef struct {
    size_t      size;
    Individual* content;
} Population;
```

[5 points] Définissez ensuite une fonction

`Population create_zero_initial_population(size_t nb);`

qui crée une population de taille donnée en paramètre, en initialisant tous les individus à deux `0.0`[1] :

```
Population create_zero_initial_population(size_t nb)
{
    Population p = { 0, NULL };
    p.content = calloc(nb, sizeof(Individual));
    if (p.content != NULL) p.size = nb;
    return p;
}
```

[4 points] En supposant qu'il existe une fonction `void random_init(Individual*);` qui initialise un individu au hasard, définissez ensuite une fonction

`Population create_random_initial_population(size_t nb);`

qui crée une population de taille donnée en paramètre, en initialisant tous ses individus au hasard.

```
Population create_random_initial_population(size_t nb)
{
    Population p = create_zero_initial_population(nb);
    for (size_t i = 0; i < p.size; ++i) {
        random_init(&(p.content[i]));
    }
    return p;
}
```

[3 points] Définissez enfin une fonction `release()` qui prend une population en paramètre et libère son contenu. Elle ne retourne rien.

```
void release(Population* p)
{
    free(p->content);
    p->content = NULL;
    p->size = 0;
}
```

1. Si jamais, la représentation de `0.0` correspond à toute la mémoire à `0`.

1.3 – Copie d'une population [sur 8 points]

Dans la suite, nous aurons besoin de recopier des (sous-)populations dans d'autres populations.

Définissez ici une fonction `copy_subpopulation()` qui ne retourne rien, mais prend en paramètres :

- la population à copier (origine) ;
- l'index `start` de début de copie (origine) ;
- le nombre total `nb` d'individus à copier ;
- la population d'arrivée (modifiée) ;
- l'index `where`, dans la population d'arrivée, où placer le premier individu copié.

Si `start` est plus grand que la taille de la population de départ, on ne fait rien.

Si la taille à copier (`nb`) est trop grande par rapport à `start` et à la taille de la population de départ, on la réduit à la taille maximale possible. Par exemple, si l'on demande de copier `nb=10` individus, à partir de l'index `start=3`[2] d'une population de départ de `5` individus, il faudra réduire `nb` à `2`.

Si, depuis `where`, il n'y a pas assez de place dans la population d'arrivée pour copier les individus finalement demandés, on ne fait rien.

```
void copy_subpopulation(const Population* from, size_t start, size_t nb,
                        Population* to, size_t where)
{
    if (start > from->size) return;
    size_t end = start + nb;
    if (end > from->size) {
        end = from->size;
        nb = end - start;
    }

    if (where + nb > to->size) return; // not enough room in target

    for (size_t i = 0; i < nb; ++i) {
        to->content[where + i] = from->content[start + i];
    }
}
```

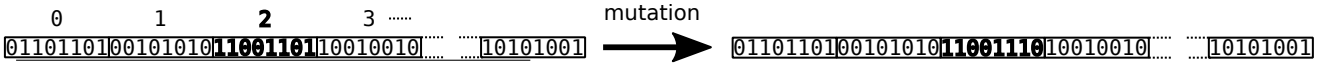
1.4 – Mutation d'un individu [sur 4 points]

Les algorithmes génétiques utilisent deux opérations pour générer de nouveaux individus : la mutation et le croisement. Nous nous intéressons ici à la mutation. La question suivante portera sur le croisement.

Pour muter un `Individual`, nous considéreons celui-ci simplement comme une suite d'octets dont nous allons, pour simplifier, ne modifier qu'un seul octet.

Définissez ci-dessous la fonction `mutate_i()` qui ne retourne rien, mais prend en paramètre un `Individual` et ajoute la valeur 1 (`00000001` en binaire si vous préférez) à son troisième octet.

Illustration :



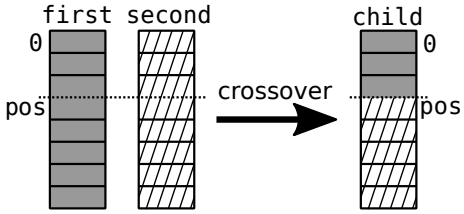
2. Les index commencent bien sûr à `0`.

```
void mutate_i(Individual* a)
{
    char* const indiv  = (char*) a; // view Individual as an array of char

    // a very simple mutation
    indiv[2] += 1;
}
```

1.5 – Croisement de deux individus [sur 11 points]

Nous nous intéressons maintenant aux croisements entre individus. Un croisement considère la représentation mémoire de deux individus et la croise (= échange une sous-partie) pour créer un nouvel individu :



En supposant qu'il existe une fonction

```
size_t random_size_t(size_t max);
```

retournant un `size_t` au hasard entre `0` inclus et `max` *exclu*, définissez ici une fonction

```
Individual crossover_i(const Individual* first, const Individual* second)
```

qui prend deux individus et retourne un nouvel individu, en (voir illustration ci-dessus) :

1. tirant au hasard une position `pos` entre 1 (inclus) et le nombre maximal d'octets d'un `Individual` (exclu) ;
2. copiant les *octets* `0` (inclus) à `pos` (exclu) du premier individu (dans le nouvel individu) ;
3. copiant les octets jusqu'à la fin du second individu à partir de `pos` (inclus).

```
Individual crossover_i_implementation(const Individual* a,
                                      const Individual* b,
                                      size_t pos)
{
    Individual retour;
    memset(&retour, 0, sizeof(retour)); // optionnal

    // view each Individual as an array of char
    const char* const first  = (const char*) a;
    const char* const second = (const char*) b;
    char* const where  = (char*) &retour;

    // get from first Individual
    for (size_t i = 0; i < pos; ++i) {
        where[i] = first[i];
    }
    // get from second
    for (size_t i = pos; i < sizeof(retour); ++i) {
        where[i] = second[i];
    }

    return retour;
}

Individual crossover_i(const Individual* a, const Individual* b)
{
    const size_t pos = 1 + random_size_t(sizeof(Individual) - 1);
    return crossover_i_implementation(a, b, pos);
}
```

1.6 – Évolution [sur 25 points]

La dernière étape que nous vous demandons de coder, plus conséquente, consiste à gérer l'évolution pas à pas d'une population (on parle de « générations ») en vue de maximiser la fonction `global_goal()` (revoir l'introduction si nécessaire).

Cette partie pourra nécessiter l'écriture de fonctions auxilaires.
On supposera par contre fournies [3] les fonctions suivantes :

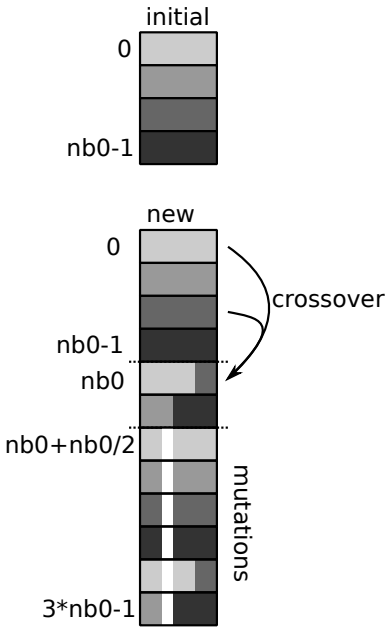
- `void mutate_p(Population* p, size_t from, size_t to)`
  qui applique la mutation `mutate_i()` à tous les individus de `p` entre l'index `from` (inclus) et `to` (exclu) ;
- `void crossover_p(const Individual* first, const Individual* second, size_t nb, Individual* children)`
  qui suppose trois tableaux (`first`, `second` et `children`) de tailles au moins `nb` et met dans `children[i]` le résultat du croisement de `first[i]` avec `second[i]`.

Définissez ci-contre une fonction
`void evolve(Population* initial, unsigned int nb_generations)`
qui, partant d'une population initiale va la modifier en une population finale après `nb_generations` cycles d'évolution.

3. **NE PAS** les écrire.

L'algorithme est le suivant (voir illustration ci-contre) :

- créer une population `new`, initialisée à zéro, trois fois plus grande que la population initiale (appellons `nb0` la taille de la population initiale) ;
- copier la population initale au début de cette population `new` (à ce stade elle est donc au deux-tiers encore à zéro) ;
- pendant `nb_generations` itérations :
  - met à partir de la position `nb0` de `new`, le croisement de ses `nb0 / 2` premiers individus avec les `nb0 / 2` suivants ;
    il y a donc à ce stade `nb0 + nb0 / 2` individus mis à jour dans `new` ;
  - ajoute à la fin de `new` la mutation de tous les individus ci-dessus (de `0` à `nb0 + nb0 / 2 - 1`) ;
    autrement dit : ajoute dans `new`, à partir de `nb0 + nb0 / 2`, la mutation des `nb0 + nb0 / 2` premiers individus de `new` ;
    il y a donc bien à ce stade deux fois `nb0 + nb0 / 2` individus (c.-à-d. trois `nb0` en tout, d'où la taille de `new`) mis à jour dans `new` ;
  - trie le tableau `new` suivant `global_goal()` : de sorte à ce que les premiers individus soient ceux qui sont les meilleurs pour `global_goal()` : on peut ainsi recommencer le cycle pour une nouvelle génération ;
- au final, recopie les `nb0` premiers individus de `new` dans `initial`.




```
int compare(void const* a, void const* b)
{
    const Individual* const p1 = a;
    const Individual* const p2 = b;
    return global_goal(p1->x, p1->y) <= global_goal(p2->x, p2->y);
}
```

```
void evolve(Population* initial, unsigned int nb_generations)
{
    Population new = create_zero_initial_population(3 * initial->size);

    const size_t half = initial->size / 2;
    const size_t end_start = initial->size + half;

    // copy the old generation
    copy_subpopulation(initial, 0, initial->size, &new, 0);

    for (unsigned int t = 1; t <= nb_generations; ++t) {

        // creates cross over
        crossover_p(new.content, &(new.content[half]), half,
                    &(new.content[initial->size]));

        // copies the whole for mutation
        copy_subpopulation(&new, 0, end_start, &new, end_start);
        mutate_p(&new, end_start, new.size);

        // selection
        qsort(new.content, new.size, sizeof(*(new.content)), compare);
    }

    copy_subpopulation(&new, 0, initial->size, initial, 0);

    release(&new);
}
```