$\frac{f}{f_e} < \frac{1}{2}$

Leçons II.1 et II.2 – Examen final 2018 Q1.4

Soit f une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par

$$\boxed{f(t) = \sum_{m\in\mathbb{Z}} a_m \operatorname{sinc}(30\,t - m)}$$

$\boxed{f_e > 2 f_{max}}$?

$\sum_{m\in\mathbb{Z}} \underbrace{x(mT_e)}_{a_m} \operatorname{sinc}(f_e t - m)$, $f_e = 30$

où $\operatorname{sinc}(x) = \dfrac{\sin(\pi x)}{\pi x}$ et $a_m = 7\sin(\dfrac{2\pi}{3}m + \dfrac{\pi}{6}) + 3\sin(\dfrac{\boxed{4}\pi}{5}m + \dfrac{\pi}{4}) + 2\sin(\dfrac{2\pi}{6}m)$.

Écrire $f(t)$ comme la somme de trois fonctions sinus :

$7\sin\left(20\pi t + \frac{\pi}{6}\right) + 3\sin\left(24\pi t + \frac{\pi}{4}\right) + 2\sin(10\pi t)$

$a\sin(2\pi f t + \varphi)$ $\quad f t = \frac{m}{3} \quad \frac{m}{3} \quad mT_e$

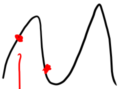
$\cancel{2}\pi f(mT_e) = \frac{\cancel{2\pi}}{3} m \quad \boxed{\frac{4\pi}{5} = 2\pi \cdot \frac{2}{5}} \quad : \frac{1}{3} m$

$= \boxed{\frac{f}{f_e}} m$

$$x(t) = a\sin(2\pi f t + \varphi)$$

éch. $\downarrow$

$$x(\underbrace{mT_e}_{t=}) = a\sin(2\pi f\, mT_e + \varphi)$$



$t = mT_e$

$X(t) \to \boxed{\text{filtre}} \xrightarrow{\hat{X}(t)} \boxed{\text{éch}} \to \hat{X}(nT_e) \to \boxed{\text{recon}} \to Y(t)$

$f_c = 12$ $\quad$ $f_e : 14\text{ Hz}$

Soit X le signal défini par :

$$X(t) = \sin(6\pi t + \frac{\pi}{4}) + \cancel{3\sin(30\pi t + \frac{\pi}{3})} + 2\sin(12\pi t).$$

$f :$ $\quad 3 \quad \cancel{15} \quad 6 \longrightarrow f_{max} = 6$

X est filtré par un filtre passe-bas idéal de fréquence de coupure $f_c = 12$ Hz, puis échantillonné à une fréquence $f_e = 14$ Hz.

À partir de ces échantillons, on reconstruit le signal Y en utilisant la formule de reconstruction vue en cours.

Quelle est la forme mathématique du signal $Y(t)$?

$f_e > 2 f_{max}$

$14 > 2 \cdot 6$?

$\Rightarrow$ OK

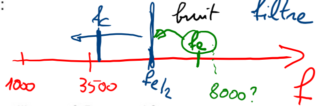
$Y(t) = \hat{X}(t)$

Leçons II.1 et II.2 – Examen final 2017 Q13

chant — filtre ? f_c — chant $f_{max} = f_c$ — échant.

Un enfant de vos connaissances veut enregistrer, et envoyer par message, un chant à sa grand-mère.
Fort(e) de vos connaissances en ICC, vous l'aidez à construire une transmission optimale. Sachant que sa voix se situe entre 1000 et 3500 Hz (au dessus il n'y a que du bruit) et que pour des raisons techniques, il n'est pas possible d'acquérir plus que 8000 échantillons par seconde, quelle procédure lui conseillez-vous :

- filtrage (passe-bas) : oui ou non ?
- Si oui :
  - avant ou après échantillonnage ?
  - avec quelle fréquence de coupure ?
- À quelle fréquence conseillez-vous d'échantillonner ? Pourquoi ?
- Le chant pourra-t-il être correctement reconstruit à l'arrivée ? Pourquoi ?



$f_e > 2 f_{max}$

→ f_c : 3501 3859 3999 | f_e : 7300 8000

Leçon II.3 (entropie) – Étude de cas

asc

sca

10000000

$H(X) \leq \log(n)$

$n = 2$

Soit un entier naturel codé sur 32 bits. L'entropie de ce nombre peut-elle être changée si on :

- inverse tous ses bits ?
- lui additionne le nombre 1 ?
- prend l'opposé ?
- fait une permutation circulaire de tous ses bits ?

$0 \leq H(X) \leq \log_2(n) \quad n = 8$

Considérons la séquence $X =$« HUBERT QUEL HURLUBERLU » (sans les espaces).
Les affirmations suivantes sont elles vraies ou fausses ?

A] $H(X) = -2.82\,\text{bit}$

B] $H(X) \geq 8\,\text{bit}$

C] $H(X) \leq 4\,\text{bit}$

D] $H(X) = 3.1\,\text{bit}$

$\log_2(8) = 3$

$$\log_a(b) = \frac{\log_c(b)}{\log_c(a)}$$

A B C

000 001 111

A : 000

B : 001

C : 111

Leçon II.3 (entropie) – Étude de cas

$L = V \cup C$

Soient H_V l'entropie des voyelles d'un jeu de Scrabble et H_C celle des consonnes ; $m = \min(H_V, H_C)$ et $M = \max(H_V, H_C)$.

L'entropie H_L de toutes les lettres de ce jeu de Scrabble vérifie :

A] $\cancel{m \leq H_L \leq M}$ **B]** $H_L = \frac{H_V + H_C}{2}$ **C]** $m \leq H_L \leq M + 1$ **D]** $H_L \leq M$

$H_L \geqslant m$

$$-H_L = \sum_{\ell \in L} p_\ell \log p_\ell = \sum_{\ell \in V} p_\ell \log p_\ell + \sum_{\ell \in C} p_\ell \log p_\ell$$

$$p_\ell = \frac{nb(\ell)}{N} \qquad p_v = \frac{nb(\ell)}{N_v}$$

$$N = card(L)$$

$$N_v + N_c = N$$

$$-H_v = \sum_{\ell \in V} p_v \log p_v$$

$$p_\ell = \frac{nb(\ell)}{N} = \frac{N_v}{N} \frac{nb(\ell)}{N_v} = \frac{N_v}{N} p_v$$

$$-H_L = \sum_{\ell \in V} \frac{N_v}{N} p_v \underbrace{\log\left(\frac{N_v}{N} p_v\right)}_{= \log \frac{N_v}{N} + \log p_v} + \dots$$

$$-H_L = \sum_{l \in V} \frac{N_v}{N} P_v \left[\log P_v + \log \frac{N_v}{N} \right] + \ldots \text{idem } C \ldots$$

$$= \sum_{l \in V} \boxed{\frac{N_v}{N}} P_v \log P_v + \sum_{l \in V} \boxed{\frac{N_v}{N}} P_v \boxed{\log \frac{N_v}{N}}$$

$$\sum_{l \in V} P_v = 1$$

$$= \frac{N_v}{N} \left(-H_v \right) + \frac{N_v}{N} \log \frac{N_v}{N}$$

$$+ \frac{N_c}{N} \left(-H_c \right) + \frac{N_c}{N} \log \frac{N_c}{N}$$

$$= \frac{N_v}{N}(-H_v) + \frac{N_c}{N}(-H_c) + ?? \quad h(p)$$

$$N = N_v + N_c \qquad \underbrace{\frac{N_v}{N}}_{p\,=\,\text{proba}(\epsilon v)} + \underbrace{\frac{N_c}{N}}_{\text{proba}(\epsilon c)} = 1$$

$$\underbrace{\text{proba}(\epsilon c)}_{1-p}$$

$$\frac{N_v}{N}\log\frac{N_v}{N} + \frac{N_c}{N}\log\frac{N_c}{N_c} = -h(p)$$

$h(p)$ = entropie du choix binaire de proba p