

Traitement Quantique de l'information

Bases historiques du sujet.

dans le vif du sujet : la prochaine fois.

quantique → physique quantique. 1900 ~ 1935.

Atomes, molécules, domaines microscopiques
microscopiques.

En 1960 Landauer soumit l'idée suivante :

toute information est "physique".

p. ex : stockée ds un syst phys. → Mémoire mécanique
transmise via syst phys. → onde radio / fibre optique.
traitée (calcul) via un syst phys.
↳ puces électroniques.
ordinateurs.

Lien fort entre traitement de l'information
↔ lois de la physique)))

- Information "classique" mais moderne \rightarrow bit.

$$x \in \{0, 1\}.$$

Nohie purement mathématique dissociée des lois physiques.

- Néanmoins avec la miniaturisation des composants.

\hookrightarrow atteint échelle atomique ou moléculaire.

et là la modélisation via le bit classique

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ \{0, 1\} \end{array}$$

n'est plus valable

- Nouvelle Nohie de bit va être nécessaire

"bit quantique"

objet riche intermédiaire entre le 0 et le 1.

\rightarrow On va donc devoir parler un peu de phys quantique dans ce premier cours. et les deux prochains.

Abstraction Mathématique \rightarrow Algèbre linéaire.
 \rightarrow Alg des nombres complexes.
 \rightarrow probabilités.

Plan des cours.

I. Exp historiques de phys Quantique → Notion d'état quantique.
chap 1.

→ Notion abstraite de "bit quantique"

↙
Fentes de Young et Photoélectrique
↘
l'effet

chap 2 Exp faites avec de la lumière (photons).

→ Degré de liberté de polarisation ✓
→ Réalisable physique du bit quantique.

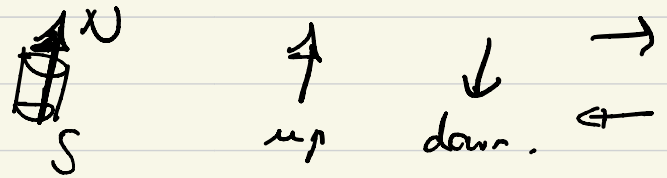
chap 3. Énonce les principes de la phys Quant qui sont à la base de l'informatic Quant.

≠

II. Cryptographie Quantique. Protocoles de distrib de clés secrète entre deux parties.
chap 4. "One time pad"

INTRICA-TION.
chap 5 { Téléportation Quantique. (Téléporte l'informatic quantique.)
Codage dense.

III. Le spin \leftrightarrow moment magnétique d'une particule
 (électron, proton, noyau atomique).
chap 8

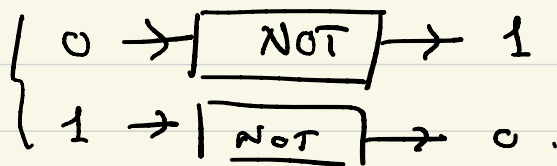


Construire bit quantique.

Manipuler ; "calcul" avec

- dynamique temporelle.
- oscillations de Rabi, Résonance Magnétique Nucléaire IRM.
 (p. ex appls médicales.).

chap 9. Réalisation Concrète de Portes Logiques
Quantiques. servent à faire du "calcul"



analogie quantique.
plus riche !

NOT

Semestre d'été :

Cours de Calcul Quantique
 et Algs Quantiques.

on peut espérer accélérer
 les algorithmes grâce à des
 "machines" ou "circuits" ou
 "admetteurs quantiques"

IV Notion d'entropie pour des bits quantiques.

- Analogie de l'entropie de Shannon.

↓
entropie de von Neuman.

- Revisiter la notion d'intrication.

#.

Deux expériences fondamentales qui illustrent le comportement quantique de la matière et de la lumière.

- Fentes de Young (version ancienne, versions modernes)
- Exp de l'effet Photoélectrique.

#.

→ description via notion d'état quantique.

↳ "bit quantique" $\left[\begin{array}{l} \text{unité de} \\ \text{l'inf} \\ \text{quantique.} \end{array} \right]$

#.

conceptuel.

Cadre de la physique classique? (valable jusqu'à 1900).

- objet matériel (point part) : état de position et de vitesse.
 $\{ x(t), m, v(t) = p(t) \}$.

→ effet du temps. bien définies, qui peuvent être arbitrairement bien mesurées, déterminées.

→ Équ du m et de Newton régit la dynamique (déterministe).

- Ondes : ~~vagues de l'eau~~; ondes radio; ondes à la base quantiques.

(vibrations du champ électromagnétique. qui se propagent selon Éqs de Maxwell)

⇒ Autour de 1500 et un peu avant → phénomènes qui ne pouvaient pas s'expliquer de la cadre de la phys classique.

Interaction entre matière et le rayonnement

↙
Corps Noir en équilibre 1500
thermique avec le rayonnement.

échanges d'énergie entre rayonnement et la matière sont discrets et pas continus. Cadre de la théorie quantique de la radiation.

↘ 1810.
Raie spectrale atomique

Atomes émettent et absorbent la lumière par quantités discrètes

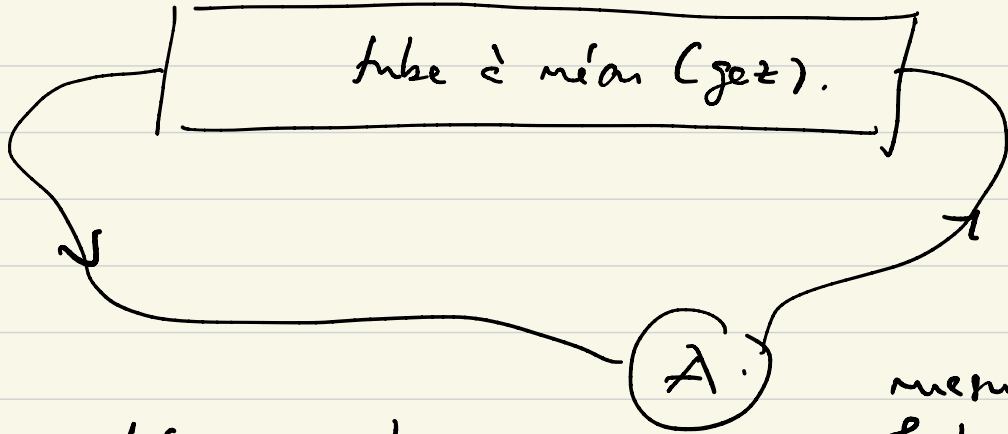
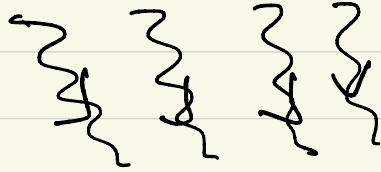
1830 → 1905.
Effet photoélectrique, → 1905.
Einstein 1905: donne une explication qui fait intervenir la notion que la lumière est formée de grains [photons]

Met en évidence le caractère corpusculaire de la lumière

Effet Photoélectrique

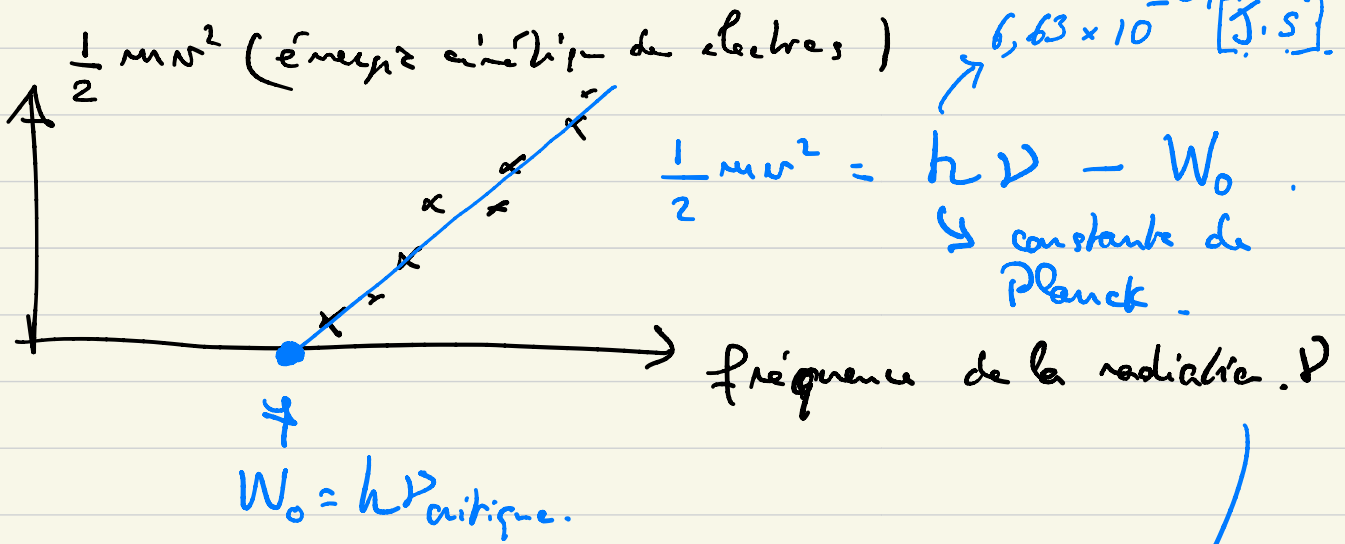
Hertz 1887
 Lenard 1902
 Millikan 1916

Radiation ultraviolette :



électrons éjectés aux atomes de gaz et créent un courant électrique.

mesure de courant électrique dans le circuit.



grains de lumière (photons). énergie $h\nu$

sont éjectés un électron d'un atome du gaz :

$h\nu = W_0 + \frac{1}{2}mv^2$ (postulat d'Einstein 1905)

Cet idée était révolutionnaire par l'époque \rightarrow Contre le Théorie de Maxwell - Hertz et Cie. Confirmée seulement par Millikan.

Expérience des fentes de Young.

- version ancienne de Young 1803.

→ Mettre en évidence que la lumière est une onde!

- versions modernes (1809 Taylor précurseur mais cette exp n'était pas concluante. 1960 ...).

Mettre en évidence un comportement bizarre

quantique de la lumière, mais aussi avec

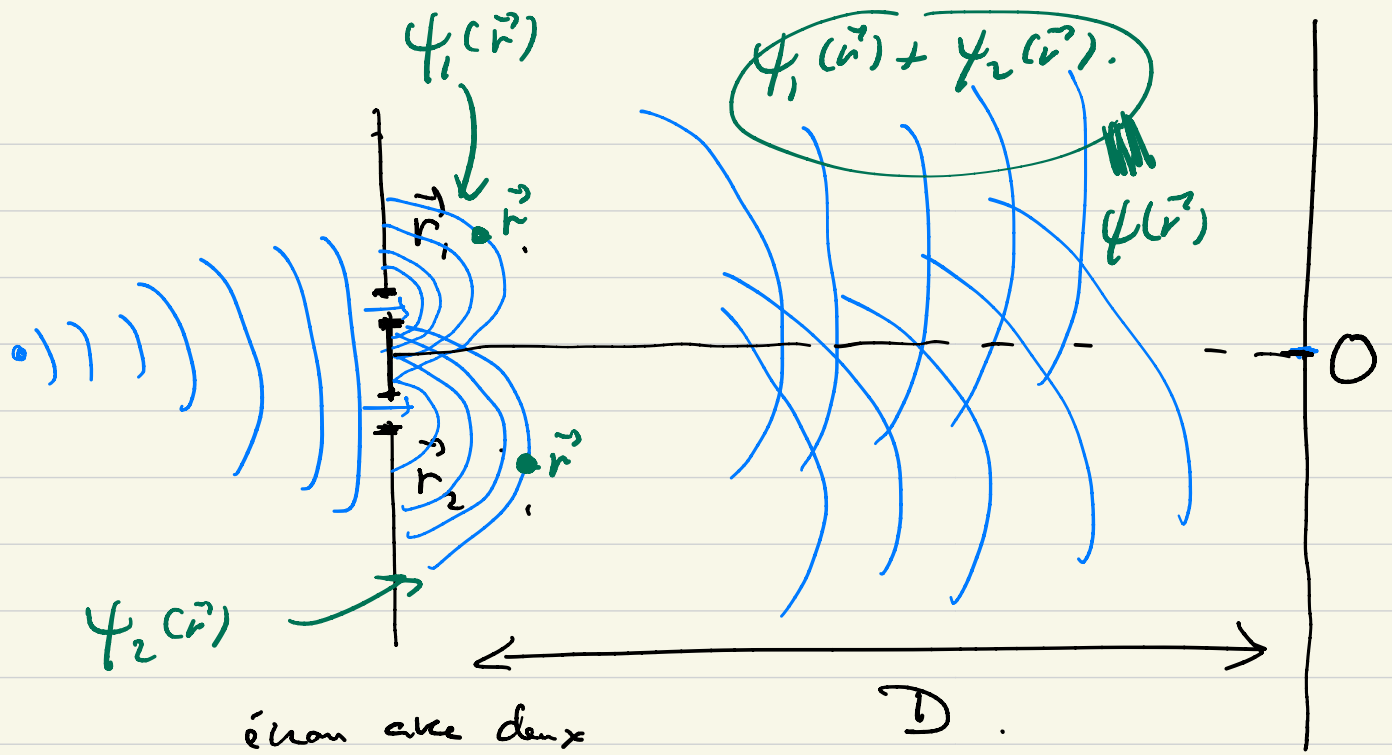
des électrons, molécules de C₆₀, molécules

contenant ~ 1000 Atomes.

Comportement à la fois ondulatoire et corpusculaire !

Dualité onde / corpuscule ; tout objet matériel microscopique (isolé de son environnement) possède une nature duale → onde
→ corpuscule

Les
faits
quantiques
aura
manifesté
cette
dualité.



écran avec deux fentes.

$$|\vec{r}_1 - \vec{r}_2| = d \ll D$$

récupère une intensité lumineuse sur cet écran.

Explication de la Théorie ondulatoire;

$$\psi_1(\vec{r}) = A \frac{e^{i(k|\vec{r}-\vec{r}_1| - \omega t)}}{|\vec{r}-\vec{r}_1|} \quad i^2 = -1$$

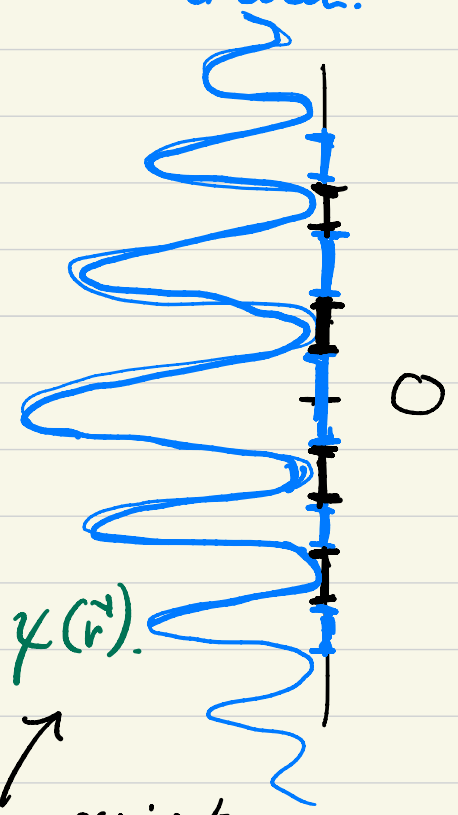
$$\psi_2(\vec{r}) = A \frac{e^{i(k|\vec{r}-\vec{r}_2| - \omega t)}}{|\vec{r}-\vec{r}_2|}$$

Principe de superposition : $\psi_1(\vec{r}) + \psi_2(\vec{r}) = \psi(\vec{r})$.

Intensité mesurée sur l'écran:

$|\psi(\vec{r})|^2 \approx$ franges de Young.
exercice.

Figure d'interférence qui est formée de "franges de Young".

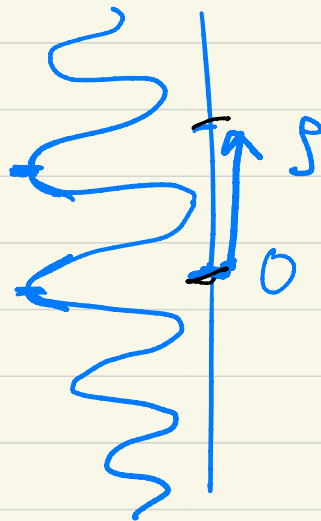


On obtient la formule suivante

$$* \quad |f(\vec{r})|^2 = \frac{4A^2}{D^2} \left(\cos\left(\frac{\pi}{\lambda} \frac{d}{D} \rho\right) \right)^2 \quad D \gg d.$$

$$\text{et } \frac{2\pi}{\lambda} = k \text{ et } 2\pi\nu = \omega.$$

- Young à partir de la période du cosinus en a déduit



λ la longueur de l'onde lumineuse,

lumière visible $\lambda \approx 700 \text{ à } 500 \text{ nm},$

\uparrow
 10^{-9} mètres.

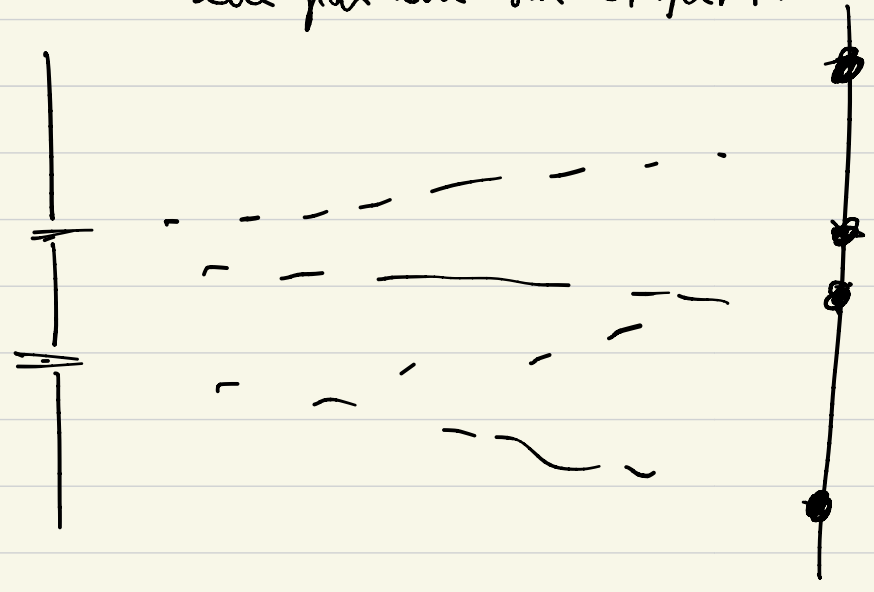
#.

- C60.
- électrons

Exp Moderne: grains lumineux - photons qui arrivent un par un sur les fentes.

1960.
mm

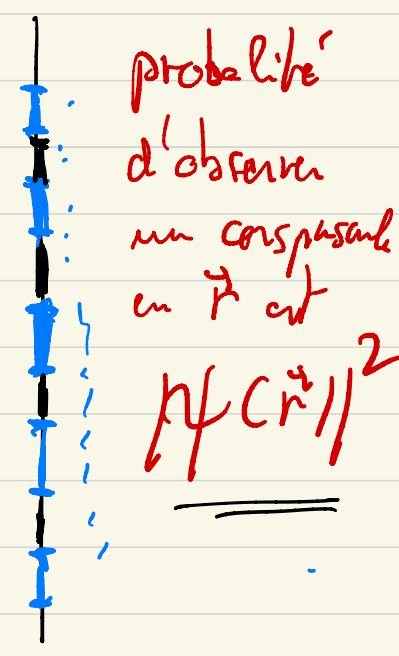
- Source lumineuse très faible
- Source d'électrons ✓
- on C60 ✓
- molécules avec mille états ✓



- * observe que les corpuscules tombent à des endroits discrets sur l'écran.
- * on fait une statistique avec beaucoup d'observations

Les franges de Young sont à nouveau observées lorsque on lance les corpuscules un par un.

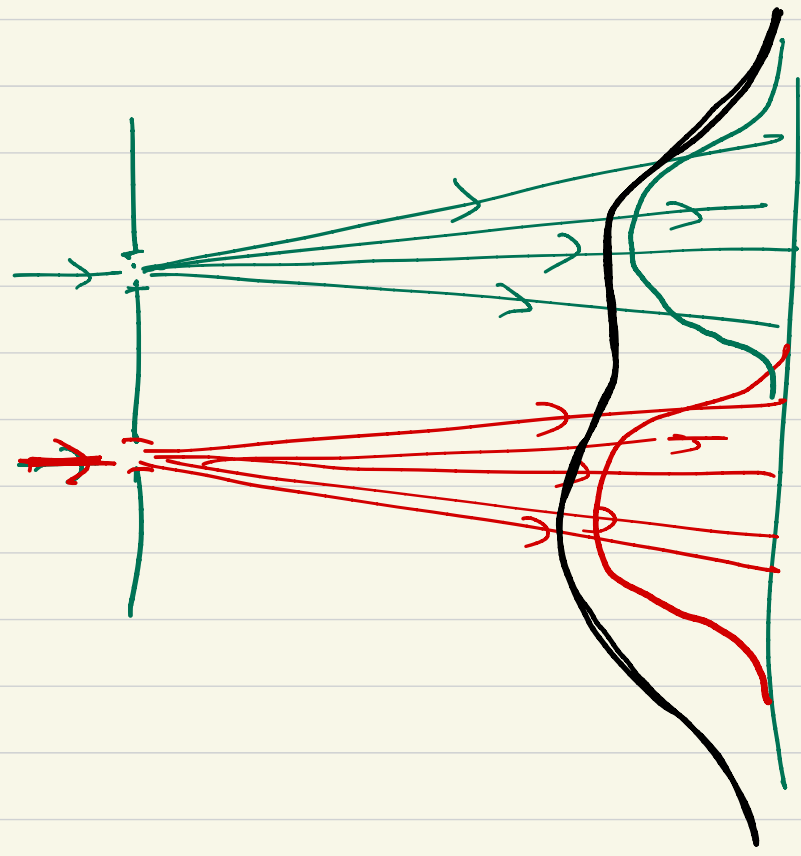
Très paradoxal



Car avec des vrais bûches de pinç pays on tombe du fait macroscopique à notre échelle ce n'est pas que ça existe

En effet à notre échelle

(pi, pap; ballons de foot).



observation avec des vrais ballons macroscopiques à notre échelle.

probabilité d'observer un ballon de foot ou une balle de pi-pap macroscopique



Conclusion: À l'échelle microscopique la mécanique

se comporte entièrement différemment.

un corpuscule tombe en un point (aléatoire).

Dualité
statistique des points de frappe est de nature ondulatoire

- Une question fondamentale : où est la limite entre le comportement quantique des électrons, de photons, C60, etc avec autres atomes et le comportement classique telles la feat, telles la ping pong ?

- Question importante pour l'information quantique.

* manipule un petit # de bits quantiques
↓
comportement quantique.

* manipule un énorme # de bits quantiques.
↓
+ comportement quantique ?
+ comportement classique ?

- Réponse possible raisonnable :

Tout est même macroscopique s'il suffisamment bien isolé de son environnement possède un comportement quantique.
Trop de degrés de liberté → difficile ; voire impossible parfois d'être un comportement quantique.

Synthèse de ce que nous avons appris jusqu'ici



Notion d'état quantique - d'un système.

(la prochaine fois notion de bit quantique).

- Exps du début du 20ⁱⁿ siècle ont mis en évidence un comportement dual de la lumière et de la matière.
lumière. ↓ ↘
 ondulatoire corporelle.

- On décrit le "système" (l'électron, le photon, le C60, le noyau atomique ect...)
par une fonction d'onde

$$\psi(\vec{r}) .$$

qui sert à prédire la statistique d'observation ou de mesure de la position observée: $\text{Prob}(\vec{r}) = |\psi(\vec{r})|^2$.

→ à valeur complexe.
* Notion de "fonction d'onde" $\psi(\vec{r})$ pour décrire un "système matériel" a été mise en avant par De Broglie, en 1920 et quelque.

* L'interprétation probabiliste de $|\psi(\vec{r})|^2 = \overline{\psi(\vec{r})} \psi(\vec{r})$ comme la probabilité d'observer la position du "système" en \vec{r} : $\text{Prob}(\vec{r}) = |\psi(\vec{r})|^2$

est due à Max Born. (fin des années 20 ...).

* En physique quantique on postule que l'état d'un système est entièrement décrit par une telle fonction d'onde.

$\psi(\vec{r}, t)$. et la dynamique est donnée par une equs (de Schrödinger / Heisenberg / Dirac)

* L'état n'est plus décrit comme en physique classique par une position $x(t)$ et une vitesse $v(t)$. On abandonne l'idée qu'il est possible de déterminer de façon précise et déterministe la position et la vitesse ainsi que la trajectoire.

- L'état ici est décrit par une fonction: Normalisée.

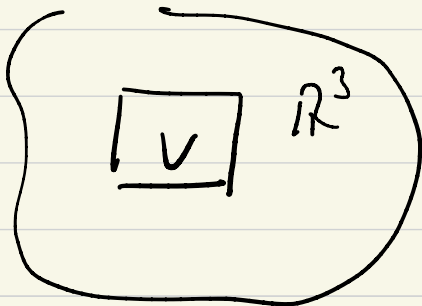
$$\mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{C}$$

$$\vec{r} \mapsto \psi(\vec{r}) \in \mathbb{C}.$$

- la prob(\vec{r}) = $|\psi(\vec{r})|^2 = \overline{\psi(\vec{r})} \psi(\vec{r})$.

- la prob($\vec{r} \in V$) = $\int_V d\vec{r} |\psi(\vec{r})|^2$

prob d'observer le syst dans une boîte



pour que l'interprétation probabiliste
fasse sens

- la prob($\vec{r} \in \mathbb{R}^3$) = 1 = $\int_{\mathbb{R}^3} d\vec{r} |\psi(\vec{r})|^2$.

fraction normalisée.

$$\left\{ \begin{array}{l} \|\psi\|_2^2 = \int_{\mathbb{R}^3} d\vec{r} |\psi(\vec{r})|^2 \\ \text{Norme.} \end{array} \right.$$

- \exists produit scalaire sans jacobien à la norme :

$$\underbrace{\langle \phi |}_{\text{red}} \underbrace{|\psi \rangle}_{\text{blue}} = \int_{\mathbb{R}^3} d\vec{r} \underbrace{\overline{\phi(r)}}_{\text{red}} \psi(r)$$

$$\langle \psi | \psi \rangle = \|\psi\|_2^2 = \int_{\mathbb{R}^3} \overline{\psi(r)} \psi(r) = \int_{\mathbb{R}^3} |\psi(\vec{r})|^2$$

- Vision abstraite du bra-ket d'état :

$$\psi(\vec{r}) \leftrightarrow \psi(\cdot) : \vec{r} \mapsto \psi(\vec{r})$$

$$\text{on note cette fonction } |\psi \rangle \equiv \psi(\cdot)$$

Ket de Dirac.

"état"

$$\overline{\psi(\vec{r})} \leftrightarrow \overline{\psi(\cdot)} : \vec{r} \mapsto \overline{\psi(\vec{r})}$$

on note cette fonction complexe conjuguée $\langle \phi |$

bra de Dirac

"état complexe
conjugué"

$$\langle \phi | \psi \rangle = \text{pr. scalaire.}$$

bra-ket = bracket

- Remarque inconnante.

$$\psi(\vec{r}) = \int d\vec{r}' \delta(\vec{r} - \vec{r}') \psi(\vec{r}'). \quad *$$

$$= \langle \vec{r} | \psi \rangle. \quad *$$

$$\langle \vec{r} | \leftrightarrow \delta(\vec{r} - \cdot).$$

bra $\langle \vec{r} |$ représente ou est une notation pour la fonction

$$\delta(\vec{r} - \cdot).$$

↑ argument de la fonction.

- Interprétation probabiliste.

$$|\psi(\vec{r})|^2 = |\langle \vec{r} | \psi \rangle|^2. \quad \checkmark$$

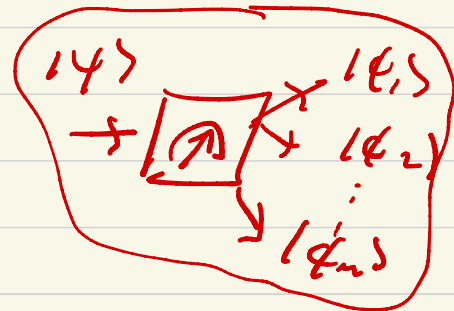
$P_{\psi}(\vec{r})$

Cas particulier d'un principe plus général. ↪

Principe général de la mesure (sans revenir dessus).

Si on a un système décrit par un état $|\psi\rangle$ et que l'on "observe" ou on "mesure" ce système (je reviens ici pour aujourd'hui) la probabilité d'observer le système dans ^{un} des états $|\phi_1\rangle, |\phi_2\rangle, \dots, |\phi_m\rangle$ après la mesure est

$$\text{Prob}(|\phi_i\rangle) = |\langle \phi_i | \psi \rangle|^2.$$



et il faut que $\sum_{i=1}^m \text{Prob}(|\phi_i\rangle) = 1$. en d'autres

termes

$$\sum_{i=1}^m |\langle \phi_i | \psi \rangle|^2 = 1.$$

Ceci signifie $|\phi_1\rangle, |\phi_2\rangle, \dots, |\phi_m\rangle$ forme une base orthogonale de l'espace des états. Mesurer ou observer un syst correspond à faire une projection aléatoire sur une base orthogonale.