

MOOC Analyse I

Prélude (= Chapitre -1)

Fonctions élémentaires (exemples)
Paires de fonctions réciproques (exemples)
Puissances, racines, logarithmes (règles de calcul)

Série Prélude (= Série -1)

Chapitre 0 : Notions de base

- 0.1 Ensembles
 - 0.1.1 Notations
 - 0.1.2 Le produit cartésien
- 0.2 Classes d'équivalence
- 0.3 Fonctions, concepts de base
 - 0.3.1 Définitions et notation
 - 0.3.2. Discussion de la surjectivité
 - 0.3.3 Fonctions bijectives
- 0.4 Fonctions, concepts additionnels
 - 0.4.1. Restriction, prolongement et graphe d'une fonction.
 - 0.4.2 Composition de fonctions
- 0.5 Les entiers
 - 0.5.1 Propriétés de base
 - 0.5.2 Le plus grand commun diviseur (pgcd)
 - 0.5.3 Raisonnement par récurrence (principe d'induction)
 - 0.5.4 Contre-exemple (au "théorème" sans i))
- 0.6 Notations et identités
 - 0.6.1 Les Notations Σ et Π
 - 0.6.2 Rappels (prérequis) de notations et identités
- 0.7 Les nombres rationnels, concepts de base
 - 0.7.1. Opérations algébriques
 - 0.7.2. Opérations inverses

Série 0

Chapitre 1 : Les nombres réels \mathbb{R}

- 1.1 Les nombres rationnels, propriétés
 - 1.1.1. \mathbb{Q} est un corps
 - 1.1.2. Propriété importante de \mathbb{Q}

- 1.1.3. Proposition (soit $x \in \mathbb{Q}$, alors $x^2 \neq 2$)
- 1.2 Introduction axiomatique de \mathbb{R}
- 1.3 Infimum
- 1.4 Supremum
- 1.5 Nombre réels, $\sqrt{2}$
- 1.6 Sous-ensembles de \mathbb{R}
 - 1.6.1. Intervalles
 - 1.6.2 Ensembles ouverts et fermés
 - 1.6.3 \mathbb{Q} comme sous-ensemble de \mathbb{R}
- 1.7 Valeur absolue
 - 1.7.1 Définition et propriétés
 - 1.7.2 Inéquations (un exemple)
- 1.8 Propriétés additionnelles de \mathbb{R}

Série 1

Chapitre 2 : Introduction aux nombres complexes

- 2.1 Définition du corps des nombres complexes
- 2.2 Nombres complexes, représentation cartésienne
- 2.3 Définitions additionnelles et propriétés élémentaires
- 2.4 Élément inverse pour la multiplication
- 2.5 Formule d'Euler et de Moivre
- 2.6 Forme polaire d'un nombre complexe
 - 2.6.1 Définitions
 - 2.6.2 Exemples
- 2.7 Résolution des équations
 - 2.7.1 Racines nièmes
 - 2.7.2 Exemples
 - 2.7.3 Le cas $n=2$, méthode cartésienne
- 2.8 Théorème fondamental de l'algèbre
 - 2.8.1 Le théorème
 - 2.8.2 Exemples
 - 2.8.3 Cas général de polynômes de degré deux

Série 2

Chapitre 3 : Suites de nombres réels, I

- 3.1 Définitions et exemples
- 3.2 Suites définies par récurrence
- 3.3 Propriétés de base
 - 3.3.1 Définitions
 - 3.3.2. Exemple
- 3.4 Limite d'une suite
- 3.5 Deux propositions
- 3.6 Suites divergentes
- 3.7 Opérations algébriques sur les limites

- 3.8 Théorème des deux gendarmes
- 3.9 Suites monotones
 - 3.9.1 Critères de convergence
 - 3.9.2 Exemples
- 3.10 Convergence d'une suite définie par récurrence
- 3.11 Bon à savoir

Série 3

Chapitre 4 : Suites de nombres réels, II

- 4.1 Suites de Cauchy
- 4.2 Construction de \mathbb{R} (un modèle pour \mathbb{R})
- 4.3 Suites définies par récurrences linéaires
- 4.4 Théorème de Bolzano-Weierstrass
- 4.5 Limite inférieure et limite supérieure
- 4.6 Démonstration de Bolzano-Weierstrass
- 4.7 Séries numériques
- 4.8 Exemples
- 4.9 Critères de convergence
- 4.10 Séries avec un paramètre (exemples)

Série 4

Chapitre 5 : Limite d'une fonction

- 5.1 Terminologie, conventions
- 5.2 Définitions
- 5.3 Les fonctions $\sinh(x)$ et $\cosh(x)$
- 5.4 Opérations algébriques
- 5.5 Exemples
- 5.6 Fonctions définies par étapes
- 5.7 Transformations affines
- 5.8 Motivation et définition
 - 5.8.1 Motivation
 - 5.8.2 Définition de la limite (épointée)
- 5.9 Exemples
 - 5.9.1 Existence de la limite
 - 5.9.2 Non existence de la limite
- 5.10 Limite à droite et à gauche

Série 5

Chapitre 6 : Fonctions continues

- 6.1 Opérations algébriques sur les limites
- 6.2 "Limites infinies" et comportement à $+\infty$ / $-\infty$

- 6.3 Théorème des deux gendarmes pour les fonctions
- 6.4 Exemples
 - 6.4.1 Fonctions algébriques (deux gendarmes)
 - 6.4.2 Fonctions trigonométriques (deux gendarmes)
 - 6.4.3 Fonction exponentielle (changement de variables)
- 6.5 Définition de la limite avec epsilon et delta
- 6.6 Démonstration (équivalence des définitions)
- 6.7 Limite épointée et composition des fonctions
- 6.8 Définition (continuité)
- 6.9 Définition de la continuité en un point par epsilon et delta
- 6.10 Fonctions continues et prolongement par continuité
- 6.11 Fonctions continues sur un intervalle ouvert

Série 6

Chapitre 7 : Fonctions continues et fonctions dérivables

- 7.1 Fonctions continues sur un intervalle fermé
- 7.2 Minimum et maximum
- 7.3 Méthode de la bisection
 - 7.3.1 Proposition et démonstration
 - 7.3.2 Exemple
- 7.4 Théorème des valeurs intermédiaires
- 7.5 Application aux suites numériques définies par récurrence
- 7.6 Définition (dérivable)
- 7.7 Définition (différentiable)
- 7.8 Dérivable \Leftrightarrow différentiable
- 7.9 La fonction dérivée
- 7.10 Dérivable \Rightarrow continu
- 7.11 Intervalles fermés
 - 7.11.1 Définition et remarques
 - 7.11.2 (Contre-)exemple
- 7.12 Opérations algébriques sur les dérivées

Série 7

Chapitre 8 : La fonction dérivée

- 8.1 Dérivée de la composition de deux fonctions
 - 8.1.1 Théorème
 - 8.1.2 Démonstration du théorème
- 8.2 Continuité de la fonction dérivée
 - 8.2.1 Un contre-exemple
 - 8.2.2 Existence de la limite implique la continuité
- 8.3 Fonctions réciproques
 - 8.3.1 Continuité de la fonction réciproque
 - 8.3.2 Dérivabilité de la fonction réciproque
 - 8.3.3 Identité pour $(f^{-1})'$

- 8.4 Théorème de Rolle
- 8.5 Théorème des accroissements finis
 - 8.5.1 Théorème et explications
 - 8.5.2 Démonstration
- 8.6 Implications du théorème des accroissements finis
 - 8.6.1 Remarques et reformulation
 - 8.6.2 Conséquences immédiates

Série 8

Série de révision des chapitres 0 -8

Chapitre 9 : Etudes des fonctions

- 9.1 Théorème des accroissements finis généralisé
- 9.2 Règle de Bernoulli de l'Hospital
 - 9.2.1 Enoncé de théorème
 - 9.2.2 Exemples et contre-exemple
 - 9.2.3 Comparaison de fonctions
- 9.3 Démonstrations du théorème de BH
- 9.4 Démonstrations du Théorème 8.2
- 9.5 Discussion du graphe d'une fonction
 - 9.5.1 Terminologie
 - 9.5.2 Définitions
- 9.6 Critères
 - 9.6.1 Convexité
 - 9.6.2 Extrema
 - 9.6.3 Points d'inflexion
 - 9.6.4 Le cas général
- 9.7 Exemple d'étude d'une fonction
 - 9.7.1 Le procédé
 - 9.7.2 Un exemple
 - 9.7.3 Points 1-5 du procédé
 - 9.7.4 Point 6 du procédé
 - 9.7.5 Points 7-9 du procédé
- 9.8 Asymptotes (exemples)

Série 9

Chapitre 10 : Développement limités

- 10.1 Définitions
 - 10.1.1 Développements limités
 - 10.1.2 Fonctions de classe C^k
- 10.2 Formule de Taylor
 - 10.2.1 Fonctions $n+1$ fois dérivables
 - 10.2.2 Démonstration
 - 10.2.3 Fonctions de classe C^n

- 10.2.4 Remarques et démonstration
- 10.3 Interprétation du théorème
 - 10.3.1 Un exemple
 - 10.3.2 A connaître
- 10.4 Application au calcul des limites
- 10.5 Composition de développements limités
 - 10.5.1 Exemple
 - 10.5.2 Applications
- 10.6 Séries entières
 - 10.6.1 Définition
 - 10.6.2 Rayon de convergence
 - 10.6.3 Démonstration et remarques
- 10.7 Fonctions définies par des séries entières
- 10.8 Dérivées des fonctions définies par des séries entières
 - 10.8.1 Dérivation terme par terme
 - 10.8.2 Explications
 - 10.8.3 Dérivée nième
- 10.9 Série de Taylor d'une fonction
- 10.10 Exemple de base, la série géométrique
- 10.11 Contre-exemple de base
- 10.12 A(re-)connaître
- 10.13 La formule d'Euler

Série 10

Chapitre 11 : Intégrales indéfinies et définies

- 11.1 L'intégrale indéfinie
 - 11.1.1 Motivation
 - 11.1.2 Définition de l'intégrale indéfinie
 - 11.1.3 Exemples à connaître
- 11.2 L'intégrale définie
 - 11.2.1 Sommes de Riemann
 - 11.2.2 Sommes inférieures et supérieures
 - 11.2.3 Définition de l'intégrale définie
- 11.3 Propriétés des intégrales définies
- 11.4 Théorème de la moyenne
 - 11.4.1 Enoncé du théorème
 - 11.4.2 Démonstration du théorème
- 11.5 Théorème fondamental du calcul intégral
 - 11.5.1 Enoncé du théorème
 - 11.5.2 Exemple
 - 11.5.3 Démonstration du théorème
 - 11.5.4 Surjectivité de l'application dérivée
- 11.6 Premiers exemples
 - 11.6.1 Calculs d'intégrales
 - 11.6.2 Estimations d'intégrales
- 11.7 Méthodes d'intégration
 - 11.7.1 Intégration immédiate
 - 11.7.2 Intégration par changement de variables

- 11.7.3 Exemples
- 11.7.4 Intégration par partie
- 11.7.5 Exemples
- 11.7.6 Intégration par récurrence
- 11.7.7 Intégration de puissances de sin et cos
- 11.7.8 Application aux séries numériques

Série 11**Chapitre 12 : Intégration (chapitres choisis)**

- 12.1 Intégration de développements limités
 - 12.1.1 Intégration de fonctions de classe C^n
 - 12.1.2 Exemple
- 12.2 Intégration de séries entières
- 12.3 Intégration des fonctions continues par morceaux
- 12.4 Intégrales généralisées (ou impropres)
 - 12.4.1 Exposition de trois types
 - 12.4.2 Intégrales du type 1
 - 12.4.3 Intégrales du type 2
 - 12.4.4 Intégrales du type 3
- 12.5 Exemples d'intégrales généralisées
 - 12.5.1 Exemples (type 1)
 - 12.5.2 Les fonctions $1/x^r$ sur $]0,1]$
 - 12.5.3 Exemples (type 2)
 - 12.5.4 Les fonctions $1/x^r$ sur $[1,+\infty[$
 - 12.5.5 Exemple (type 3)
- 12.6 Convergence de séries numériques
- 12.7 Intégration des fonctions rationnelles
- 12.8 Le cas général
 - 12.8.1 Préparation
 - 12.8.2 Décomposition
 - 12.8.3 Intégration

Série 12**Série de révision chapitres 9 - 12**