Exercices de physique générale I – Sections CGC, EL et MX

4 octobre 2023 *version 1*

Série 03 : Oscillateurs harmoniques

Questions conceptuelles

a) Dans le mouvement d'un oscillateur harmonique, identifier les situations où : 1) la vitesse est maximale, 2) l'accélération est nulle, 3) la vitesse est nulle, et 4) l'accélération est maximale.

b) La vitesse d'un objet peut-elle augmenter quand son accélération diminue ? Si oui, donner un exemple.

1 Araignée suspendue

Une araignée de masse m est suspendue par son fil de constante élastique k et de longueur à vide L à un arbre supposé fixe. Elle est soumise à la gravitation et oscille verticalement autour de sa position d'équilibre. On néglige les frottements.

a) Faire un dessin de la situation et représenter toutes les forces subies par l'araignée. Choisir des coordonnées pour décrire le mouvement de l'araignée. Quelle est sa position d'équilibre ?

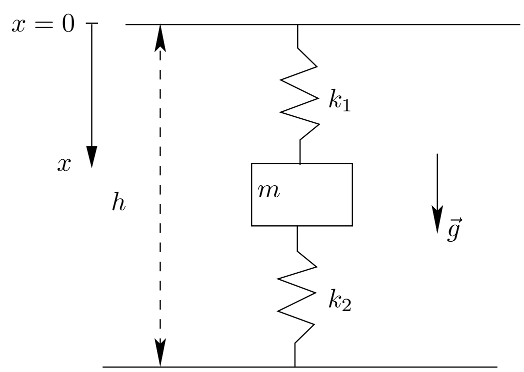
b) Ecrire l'équation du mouvement de l'araignée.

c) La solution générale de l'équation du mouvement est donnée par $x(t) = A\cos(\omega t + \phi) + \bar{x}$. Déterminer les valeurs de $\bar{x}$ et ω qui satisfont l'équation du mouvement trouvée en b).

d) Trouver les valeurs de l'amplitude A et de la phase ϕ dans le cas où l'araignée a une vitesse nulle à un certain temps t_0 où le fil n'exerce aucune force sur elle.

2 Oscillateur à deux ressorts

Un bloc de masse m, soumis à la pesanteur $\vec{g}$, est relié au sol et au plafond d'une pièce de hauteur h par deux ressorts verticaux de longueurs à vide nulles et de raideurs k_1 et k_2, comme indiqué sur la figure. On ne considère que les mouvements verticaux du bloc, selon un axe x dirigé vers le bas avec son origine au plafond. On néglige les dimensions du bloc ainsi que les frottements.



a) Représenter sur un dessin toutes les forces qui s'appliquent sur le bloc et donner leurs expressions.

b) Déterminer l'équation différentielle du mouvement du bloc. Constater qu'il s'agit de celle d'un oscillateur harmonique. Quelle en est la pulsation ?

c) Que devient le résultat trouvé en b) dans le cas limite $k_2 \to 0$? Est-ce bien ce à quoi on s'attend ? (justifier en une phrase). Mêmes questions pour le cas limite $k_1 \to 0$.

d) On lâche le bloc depuis le plafond avec une vitesse initiale nulle. Sachant que les paramètres du problème sont tels que le bloc ne touchera jamais le sol, au bout de combien de temps le bloc atteindra-t-il le point le plus bas de sa trajectoire ? Quelle est la position x de ce point ?
Application numérique : k_1=100 N/m, k_2=20 N/m, m=10 kg, h=4 m et g=10 m/s^2

3 L'oscillation amortie de l'araignée

L'araignée de masse m du Problème 1 oscille verticalement suspendue à son fil de constante élastique k et de longueur à vide L. On considère maintenant que les frottements de l'air ne sont pas négligeables. La force de frottement est opposée à la vitesse et sa norme $|\vec{F}|$ est proportionnelle à la norme de la vitesse instantanée : $|\vec{F}| = \eta|\vec{v}|$.

a) Ecrire l'équation du mouvement vertical de l'araignée.

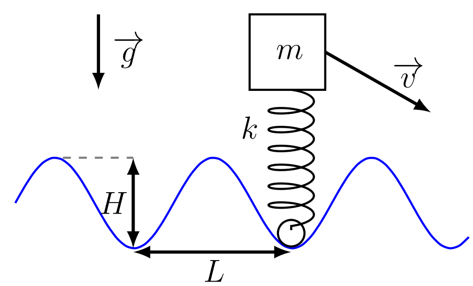
b) Quelle est la condition sur le coefficient η pour que le mouvement soit sous-critique ?

c) Calculer la pulsation effective (ou pseudo-pulsation) de l'oscillation.

d) Déterminer le nombre N de pulsations après lequel l'amplitude a diminué de moitié.

4 Champ de bosses

On modélise le passage d'une voiture sur un champ de bosses (route en « tôle ondulée ») de la façon suivante : un point matériel de masse m, avance avec une vitesse dont la composante horizontale, v_x, est constante. La masse est reliée à un dispositif comportant un ressort de constante élastique k et de longueur au repos l_0. Au bout du ressort, une roue sans masse, de rayon négligeable suit le profil du sol.



Le dispositif qui maintient le ressort vertical n'est pas spécifié. On suppose que ce dispositif n'intervient pas dans le mouvement de la masse. Les valeurs des paramètres du problème sont telles que la roue ne décolle pas et que la voiture ne tape jamais la roue. Le profil du parcours (la tôle ondulée) a une forme sinusoïdale. La hauteur des bosses est H et leur longueur L.

a) Choisir une position initiale. Exprimer la position verticale de la roue $h(t)$ en fonction du temps.

b) En utilisant $h(t)$, déduire l'équation du mouvement de la voiture dans la direction verticale z.

c) Mettre l'équation du mouvement vertical sous la forme $\ddot{u} + \omega_0^2 u = \alpha_0 \sin(\omega t)$ à l'aide d'un changement de variable $z \to u$ (une redéfinition de l'origine du temps peut aussi être nécessaire).

d) Considérer une solution stationnaire du type $u(t) = \rho \sin(\omega t - \varphi)$, où $\varphi = 0$, et trouver l'amplitude ρ des oscillations verticales de la voiture. Que peut-on dire de la vitesse de la voiture pour que le confort soit optimal ?