

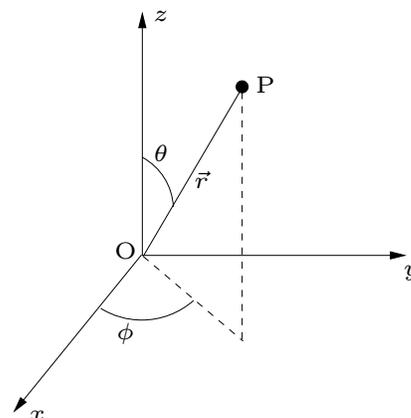
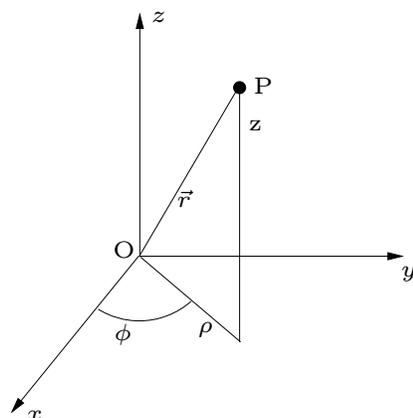
Série 04 : Oscillations, systèmes de coordonnées

Questions conceptuelles

- Soit O le centre d'une montre. On définit un axe x selon l'aiguille des minutes et un axe z selon l'aiguille des heures. Comment est orienté l'axe y qui forme un repère orthonormé droit $Oxyz$ quand il est 9h ? et à 15h ?
- Sachant que le soleil se lève à l'est et se couche à l'ouest, le vecteur de vitesse angulaire de rotation de la Terre est-il orienté du pôle nord au pôle sud, ou bien du pôle sud au pôle nord ?
- Un tourne-disque tourne à vitesse angulaire constante. Est-ce qu'un point du bord a une accélération radiale et/ou tangentielle ? Si la vitesse angulaire croît uniformément, est-ce qu'un point du bord a une accélération radiale et/ou tangentielle ? A quelle condition la norme de ces deux composantes sont-elles égales ?

1 Changement de repère et systèmes de coordonnées

- Soit un vecteur \vec{v} dont les coordonnées dans un repère $Oxyz$ s'écrivent $\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$. Comment s'écrira ce vecteur dans un repère $Ox'y'z'$ où les axes z et z' sont identiques et où θ est l'angle entre x et x' ainsi qu'entre y et y' ?
- Quelles sont les projections du rayon vecteur \vec{OP} sur les axes cartésiens des figures ci-dessous, en fonction des coordonnées cylindriques (ρ, ϕ, z) ou sphériques (r, θ, ϕ) .
- Ecrire en coordonnées cartésiennes (x, y, z) , cylindriques (ρ, ϕ, z) et sphériques (r, θ, ϕ) l'équation d'une sphère de rayon R centrée à l'origine, l'équation d'un cylindre parallèle à l'axe z , de longueur L et de rayon R , centré à l'origine, et l'équation d'un cône de révolution de hauteur h et de rayon R à sa base, dont l'axe est parallèle à l'axe z , ouvert vers les z positifs, et dont le sommet est placé à l'origine O .



2 Trajectoire elliptique

Un point matériel de masse m se déplace dans le plan défini par le repère orthonormé Oxy de façon à ce que son vecteur position soit donné par

$$\vec{r} = C_1 \cos(\omega t) \hat{i} + C_2 \sin(\omega t) \hat{j}$$

où C_1 , C_2 et ω sont des constantes positives et \hat{i} et \hat{j} sont les vecteurs unitaires des axes Ox et Oy .

- Montrer que le point matériel parcourt une ellipse. À quoi correspondent les constantes C_1 et C_2 ? Esquissez les vecteurs vitesse \vec{v} et accélération \vec{a} au long de la trajectoire. Montrer que si $C_1 \neq C_2$, les vecteurs $\vec{r}(t)$ et $\vec{v}(t)$ ne sont en général pas orthogonaux.
- Donnez l'expression de la force déterminant ce mouvement.
- De quel type de force s'agit-il? Quelle est la différence avec la force gravitationnelle?

Indication : l'équation d'une ellipse de demi-axes A et B est : $\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$.

3 Point sur un cylindre

Un point matériel est astreint à se déplacer sur un cylindre infiniment long et de rayon R . Le point matériel est attiré vers un point fixe O sur l'axe du cylindre par une force proportionnelle à la distance du point matériel au point O . Il n'y a pas d'effet de pesanteur ni de friction. On rappelle qu'en l'absence de frottement, la force exercée par le cylindre sur le point matériel est toujours normale (orthogonale) à la surface du cylindre.

- Enumérer les forces subies par le point matériel. Faire un dessin représentant ces forces ainsi que le repère associé au système de coordonnées choisi.
- Ecrire les équations du mouvement et les projeter sur ce repère.
- Décrire le mouvement du point matériel. Pour cela, résoudre les équations du mouvement.
- Discuter le sens de la force de liaison en fonction des conditions initiales.