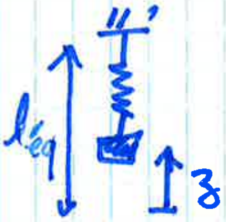
Résumé chapitre II : Oscillateur harmonique



$F_z = -\underset{\text{raideur}}{k}\, z$ (loi de Hooke)

Eq. du mouvement : $m\ddot{z} + kz = 0$

$\rightarrow z = A\cos\omega_0 t + B\sin\omega_0 t \Leftrightarrow z = C\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$; (A,B) ou (C,φ) : constantes d'intégration

Oscillations amorties : $\vec{F} = -b\vec{v} - kz\vec{k}$

$\rightarrow \quad m\ddot{z} + b\dot{z} + kz = 0$

Solution : $z = A e^{\gamma_1 t} + B e^{\gamma_2 t}$

avec γ_1, γ_2 : solutions de $m\gamma^2 + b\gamma + k = 0$

- $\Delta = b^2 - 4km > 0 \Rightarrow \gamma_{1,2} = \frac{-b}{2m} \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2m} < 0 \rightarrow$ décroissance exponentielle : régime sur-critique
- $\Delta = b^2 - 4km = 0 \Rightarrow \gamma$ racine double < 0.
  $\rightarrow z(t) = (A + Bt)\, e^{\gamma t}$
  régime critique
- $\Delta = b^2 - 4km < 0 \Rightarrow$ pas de racine réelle
  $\rightarrow z(t) = e^{\gamma t}(\tilde{A}\cos\tilde{\omega}t + \tilde{B}\sin\tilde{\omega}t)$
  Oscillations amorties

(deux derniers cas : $\gamma = \frac{-b}{2m}$)

Oscillations forcées : $m\ddot{z} + b\dot{z} + kz = f\cos\omega t$

- Sol. générale sans second membre : $\rightarrow 0$ qd $t \rightarrow +\infty$.
- Solution particulière (dominante pour t grand) :
  $z = A\cos\omega t + B\sin\omega t = C\cos(\omega t + \varphi)$
  C devient très grand quand $\omega \simeq \omega_0$: Résonance