

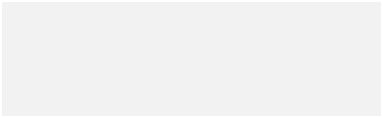


Prof. L. Chizat  
Analyse I - (n/a)  
Novembre 2023  
1h

n/a













n/a

SCIPER : 999999

Signature: 

Attendez le début de l'épreuve avant de tourner la page. Ce document est imprimé recto-verso, il contient 8 pages (les dernières pouvant être vides), et 31 questions. Ne pas dégrafer.

- Posez votre carte d'étudiant sur la table.
- **Aucun** document n'est autorisé.
- L'utilisation d'une **calculatrice** et de tout outil électronique est interdite pendant l'épreuve.
- Pour les questions à **choix multiple**, on comptera :
  - +3 points si la réponse est correcte,
  - 0 point si il n'y a aucune ou plus d'une réponse inscrite,
  - 1 point si la réponse est incorrecte.
- Pour les questions de type **vrai-faux**, on comptera :
  - +1 point si la réponse est correcte,
  - 0 point si il n'y a aucune ou plus d'une réponse inscrite,
  - 1 point si la réponse est incorrecte.
- Utilisez un **stylo** à encre **noire ou bleu foncé** et effacez proprement avec du **correcteur blanc** si nécessaire.
- Si une question est erronée, l'enseignant se réserve le droit de l'annuler.

Respectez les consignes suivantes   Read these guidelines   Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien		
choisir une réponse   select an answer Antwort auswählen	ne PAS choisir une réponse   NOT select an answer NICHT Antwort auswählen	Corriger une réponse   Correct an answer Antwort korrigieren
  		 
ce qu'il ne faut <b>PAS</b> faire   what should <b>NOT</b> be done   was man <b>NICHT</b> tun sollte		
     		

**Première partie, questions à choix multiple**

Pour chaque question marquer la case correspondante à la réponse correcte sans faire de ratures. Il n'y a qu'une seule réponse correcte par question.

**Question 1 :** Soit  $\alpha \in \mathbb{R}$ . La série  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{\alpha}{n}\right)^{n^2}$  converge si et seulement si

- $\alpha \geq 0$                         $\alpha < 0$                         $\alpha < -1$                         $-1 < \alpha < 0$

**Question 2 :** Soit  $(a_n)_{n \geq 0}$  la suite définie par  $a_n = \frac{(n+3)^{1/2} - n^{1/2}}{(n+1)^{-1/2}}$ . Alors :

- $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 3$                         $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$                         $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{3}{2}$                         $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$

**Question 3 :** Soit, pour  $a_0 \in \mathbb{R}$ , la suite  $(a_n)_{n \geq 0}$  définie pour  $n \geq 1$  par  $a_n = \frac{1}{2}a_{n-1} + \frac{1}{2}$ .

- Si  $a_0 > 1$ , la suite est croissante.                       Si  $a_0 < 1$ , la suite est décroissante.  
 Si  $a_0 < 0$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$ .                       Si  $a_0 = 0$ , la suite est convergente.

**Question 4 :** Soient  $A \subset \mathbb{R}$  et  $B \subset \mathbb{R}$  deux ensembles majorés. Alors :

- $\text{Sup}(A \cup B) = \min\{\text{Sup } A, \text{Sup } B\}$                         $\text{Sup}(A \cup B) = (\text{Sup } A) + (\text{Sup } B)$   
  $\text{Sup}(A \cup B) = \max\{\text{Sup } A, \text{Sup } B\}$                         $\text{Sup}(A \cup B) = (\text{Sup } A) \cdot (\text{Sup } B)$

**Question 5 :** Soit la suite  $(a_n)_{n \geq 0}$  définie par  $a_0 = \frac{3}{2}$ , et pour  $n \geq 1$  par  $a_n = 3 - \frac{2}{a_{n-1}}$ . Alors :

- la limite  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  n'existe pas dans  $\mathbb{R}$                         $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 4$   
  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$                         $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$

**Question 6 :** Soit  $(a_n)_{n \geq 1}$  la suite définie par

$$a_n = (-1)^n \left( \frac{6n+8}{2n} \right) - 3 - \frac{4}{n}.$$

Alors :

- $\liminf_{n \rightarrow +\infty} a_n = -3$  et  $\limsup_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$                         $\liminf_{n \rightarrow +\infty} a_n = -14$  et  $\limsup_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$   
  $\liminf_{n \rightarrow +\infty} a_n = -6$  et  $\limsup_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$                         $\liminf_{n \rightarrow +\infty} a_n = -6$  et  $\limsup_{n \rightarrow +\infty} a_n = 6$

**Question 7 :** Les nombres complexes  $3, 1 - 2i$ , et  $1 + 2i$  sont les racines du polynôme

- $z^3 + 14z^2 + 15$                         $z^3 - 2iz^2 + 45$                         $z^3 - 5z^2 + 11z - 15$                         $z^3 - 5z^2 + 5z + 45$



**Question 8 :** Soit, pour tout  $k \in \mathbb{N}^*$ ,  $a_k = (-1)^k \frac{k+1}{k^2}$ , et soit  $s_n = \sum_{k=1}^n a_k$ . Alors :

$\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = -\infty$

la série  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$  converge absolument

$\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = +\infty$

la série  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$  converge, mais ne converge pas absolument

**Deuxième partie, questions du type Vrai ou Faux**

Pour chaque question, marquer (sans faire de ratures) la case VRAI si l'affirmation est **toujours vraie** ou la case FAUX si elle **n'est pas toujours vraie** (c'est-à-dire si elle est parfois fausse).

**Question 9 :** Soient  $A, B \subset \mathbb{R}$  deux ensembles non vides et bornés. Si  $\inf A \leq \inf B$  et  $\sup A \geq \sup B$ , alors  $B \subset A$ .

VRAI       FAUX

**Question 10 :** Soit  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction bijective et croissante. Alors la fonction réciproque  $f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  est croissante.

VRAI       FAUX

**Question 11 :** Si  $z \in \mathbb{C}$  est tel que  $|z| = 1$ , alors  $z^5 + \frac{1}{z^5}$  est un nombre réel.

VRAI       FAUX

**Question 12 :** Soit  $(a_n)_{n \geq 0}$  une suite de nombres réels non-nuls telle que  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$ . Alors  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1$ .

VRAI       FAUX

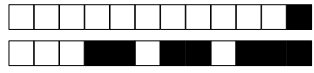
**Question 13 :** Soient  $(a_n)_{n \geq 0}, (b_n)_{n \geq 0}$  deux suites de nombres réels telles que les séries  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  et

$\sum_{n=0}^{\infty} b_n$  convergent. Alors la série  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n b_n$  converge.

VRAI       FAUX



+1/5/56+



+1/6/55+



+1/7/54+



+1/8/53+