

Analyse I – Série 11 : Réponses

Echauffement. Asymptote verticale en $x = 0$, asymptote horizontale en $y = 0$.

Exercice 1. (a) Minima locaux en $-1/2$ et $1/2$, maxima locaux en -1 , 1 et $-1/4$, $Im(f) = [f(1/2), f(-1)] = [1/2, 5/4]$. (b) Pas d'extrema (ni local ni global).

Exercice 3. (a) Vrai (b) Vrai (c) Faux

Exercice 4.

(a) Pour un certain u entre 0 et x (le dernier terme est $R_3(x)$) :

$$f(x) = 3x - \frac{9}{2}x^3 + \frac{27 \sin(3u)}{8}x^4$$

(b) Pour un certain u entre 0 et x (le dernier terme est $R_3(x)$) :

$$f(x) = \text{Log}(2) + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{24}x^3 - \frac{1}{4(2+u)^4}x^4$$

Exercice 5.

(a) Avec $\lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$, on a

$$\text{Log}(\cos(x)) = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{12}x^4 + x^4\varepsilon(x)$$

(b)

$$\exp(\sin(x)) = 1 + x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{8} + x^4\varepsilon(x)$$

(c)

$$\sqrt{1 + \sin(x)} = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} - \frac{x^3}{48} + x^3\varepsilon(x)$$

Exercice 6. (a) $-1/120$ (b) 2 (c) $1/18$

Exercice 7.

$$\frac{1}{1 + \cos(x)} = \frac{2}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{9}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + \frac{1}{3}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)^2 + \frac{\sqrt{3}}{9}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)^3 + \frac{13}{108}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)^4 + \left(x - \frac{\pi}{3}\right)^4 \varepsilon(x)$$

Exercice 8. (a) Faux (b) Faux

Exercice 9. $c = -1/6$

Exercice 10. $-1/2$