Solutions de l'examen

I. QCM (2 points par question)

Question 1. MALAYALAM

Question 2. 10

Question 3. $\Theta(n^3)$

Question 4. A^B

Question 5. $\Theta(n)$

Question 6. **algo1**(10'000) termine en 10 minutes et **algo2**(10'000) termine en 100 minutes.

Question 7. 16

Question 8. Ce problème fait partie de la classe P.

Partie ouverte

Question 17. (8 points)

a) (1 point) oui

b) (1 point) L'algorithme **mystère** sort oui si et seulement si le nombre x se trouve dans le tableau A.

c) (1 point) $\Theta(n)$

d) (1 point) également $\Theta(n)$

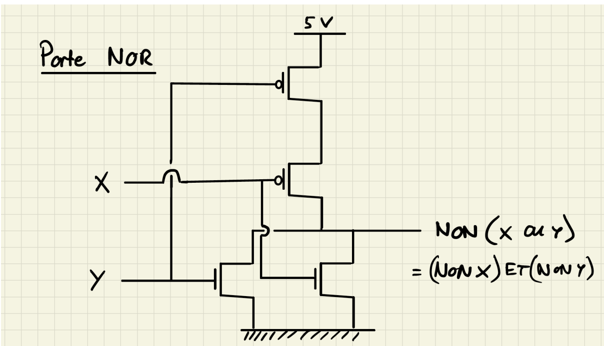
e) (4 point) Oui, c'est possible. Voici un algorithme de complexité temporelle $\Theta(\log_2(n))$ qui fonctionne, car les deux lignes du tableau $A(1)$ et $A(2)$ sont chacune triées dans l'ordre croissant:

algorithme

entrée : *tableau A de $2 \times n$ nombres entiers, nombre entier x*
sortie : *valeur binaire (oui/non)*

$s_1 \longleftarrow$ **recherche dichotomique**$(A(1), n, x)$
$s_2 \longleftarrow$ **recherche dichotomique**$(A(2), n, x)$
Si $s_1 =$ *oui ou* $s_2 =$ *oui*
  Sortir: *oui*
Sinon
  Sortir: *non*

Question 18.



Question 19.

a) (1 point) $\widehat{X}(t) = \frac{\sin(3\pi/4)}{3\pi/4} \cdot \sin\left(6\pi t - \frac{3\pi}{4}\right) + \frac{\sin(\pi)}{\pi} \cdot \sin(8\pi t - \pi) = \frac{\sin(3\pi/4)}{3\pi/4} \cdot \sin\left(6\pi t - \frac{3\pi}{4}\right)$

b) (1 point) $B_{\widehat{X}} = 3$ Hz

c) (1 point) $f_e > 6$ Hz

d) (1 point) Dans ce cas, $\widehat{X}(t) = \frac{\sin(3\pi/2)}{3\pi/2} \cdot \sin\left(6\pi t - \frac{3\pi}{2}\right)$, donc la réponse à la question c) ne change pas.

Question 20.

a) (2 points) Les probabilités d'apparition sont les suivantes: espace: 3/8, A: 1/4, B: 1/4, C: 1/8. Dans ce as, il y a deux possibilités pour l'arbre et l'encodage de Huffman (et encore plusieurs possibilités équivalentes):

soit: espace: 11, A: 10, B: 01, C: 00

soit: espace: 1, A: 01, B: 001, C: 000

b) (1 point) Dans les deux cas ci-dessus, le nombre moyen de bits par lettre utilisé vaut 2.

c) (1 point) L'entropie vaut

$$\begin{aligned} H &= \frac{3}{8} \cdot \log_2\left(\frac{8}{3}\right) + 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \log_2(4) + \frac{1}{8} \cdot \log_2(8) \\ &= \frac{3}{8} \cdot 3 - \frac{3}{8} \cdot \log_2(3) + 2 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{8} \cdot 3 = 2.5 - \frac{3}{8} \cdot \log_2(3) \end{aligned}$$

Avec l'approximation indiquée, on obtient

$$H \simeq 2.5 - \frac{4.8}{8} = 2.5 - 0.6 = 1.9$$

Question 21.

a) (2 points) La distance minimale $d = 2$:

Si les séquences x_1, x_2, x_3, x_4 et y_1, y_2, y_3, y_4 diffèrent en une position seulement, alors nécessairement au moins un des bits de parité (le 5 ou le 6) sera différent. Donc la distance minimale $d \geq 2$.

D'autre part, 0000000 et 1100000 sont des mots de code à distance 2, donc la distance minimale $d = 2$.

b) (1 point) 0 erreur et 1 effacement

c) (1 point) Les mots de code envoyés peuvent être 1110011 ou 1101011.